6. DIE PRÄDIKATION 267

Immerhin gibt es zu denken, daß wir an keinem Dinge eine Eigenschaft erkennen können, ohne damit zugleich den Gedanken, daß dieses Ding diese Eigenschaft habe, wahr zu finden.

Gottlob Frege

6. Die Prädikation

Die Philosophie stellt eine für den erfolgreichen Erkenntnisvollzug gleich welcher Art und gleich auf welchem Gebiet hilfreiche Grundausrüstung bereit (1). Wer sich dieses Werkzeug aneignen möchte, sollte sich zunächst im Prinzipiellen über die Natur von Redehandlungen und den Zusammenhang von Wahrheit und Bedeutung Klarheit verschaffen (2). Die Detailarbeit setzt dann ein mit der Darstellung der Rationalen Grammatik, die für alle weiteren Ausführungen vorausgesetzt bleibt (3). Danach werden die logischen (Kern)Redeteile mit Bedeutung versorgt, indem ihnen Verwendungsregeln zugewiesen werden; damit stehen Ausdrücke bereit, die auch für alle weiteren Darlegungen ein verlässliches Gerüst bilden (4). Weiter findet die metalogische Begrifflichkeit im Ansatz Entfaltung. Ferner legt es sich nahe, ergänzende schlussbezügliche Redeteile sowie abkürzende Techniken für das Folgern und Mittel für die Folgerungsbeurteilung bereitzustellen (5).

Standen in den beiden vorausgegangenen Kapiteln die logischen (Kern)Junktoren und (Kern)Quantoren im Mittelpunkt der Aufmerksamkeit, so sind nun die Prädikatoren und im nächsten Schritt die Nominatoren zu untersuchen. Dabei stehen jedoch nicht einzelne Redeteile wie früher z.B. der Negator oder der Universalquantor zur Regulierung an; vielmehr geht es um Eigenheiten, die allen Prädikatoren und Nominatoren oder doch größeren Gruppen solcher Redeteile bereichsübergreifend zukommen.

Einleitend ist, teilweise in Erinnerung an schon Ausgeführtes, die Prädikation im Felde der Redeteilhandlungen zu <u>platzieren</u> und als <u>unverzichtbar</u> auszuweisen. Ferner ist eine Operation vorzustellen, die <u>Formeln in Prädikatoren umwandelt</u> (6.1). Nach dieser Vorbereitung wird eine detaillierte <u>Typologie von Prädikatoren</u> angeboten, die viele traditionelle und intuitiv geläufige Unterscheidungen aufnimmt und systematisiert (6.2). Der zweite Hauptabschnitt zielt auf die <u>elementare</u> Prädikation, die gegeben ist, wenn als Operand des geäußerten Satzes eine elementare Aussage auftritt; dabei steht die Wahrheit elementarer Aussagen im Mittelpunkt. In diesem Kontext erfährt auch der Zusammenhang von Prädikator, Begriff, Eigenschaft und Klasse, also das (in überkommener Terminologie) Universalienproblem, eine erste Ordnung (6.3). Kommentierte Literaturhinweise schließen wie üblich das Kapitel ab (6.4).

Dieses Unterkapitel greift häufig auf die Ausführungen über die Nomination (↑7) vor, ergeben doch erst Nomination und Prädikation zusammen die atomare Prädikation: Autoren beziehen sich mit einem Nominator auf einen Gegenstand, um mit dem Prädikator von ihm auszusagen. Umgekehrt werden somit Passagen aus dem Nominationskapitel als Nachtrag zur Prädikation zu lesen sein.

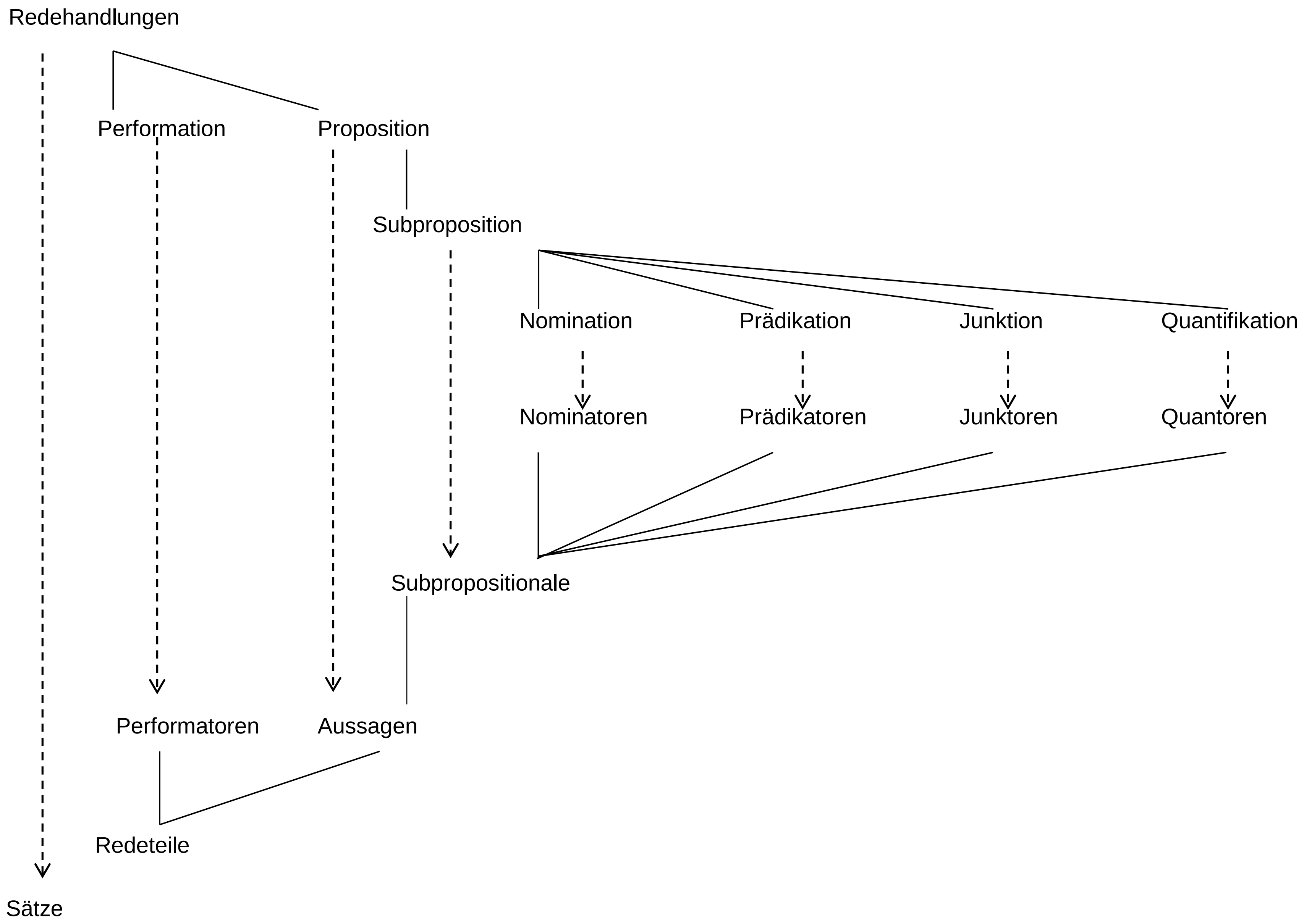
6.1. Vorbereitung: Situierung und Konvertierung

Prädikationen werden vollzogen, indem Prädikatoren in Sätzen Verwendung finden. Es entspricht dem Stellenwert und den Verflechtungen dieser Redehandlung, wenn hinsichtlich des zugeordneten Redemittels eine früher schon erwähnte (↑3.2.1) hohe Synonymendichte herrscht: Die Ausdrücke 'Prädikat', 'Prädikatausdruck', 'Prädikatkonstante', 'prädikative Zeichenverbindung', '(All)Gemeinname', 'genereller/universeller/allgemeiner Term', 'Eigenschaftswort', 'Begriffsausdruck', 'Relationszeichen', 'Relator', 'Beziehungswort' usf. dürfen (mit vielen anderen) als zumindest partielle Synonyme gelten. Die vier ersten Titel stellen wie auch 'Prädikator' darauf ab, dass in Prädikationen von etwas <u>ausgesagt</u> wird. Die beiden folgenden Varianten erinnern daran, dass Prädikatoren im Normalfall auf <u>viele</u> Gegenstände zutreffen (↑6.2.2). Die Vokabeln 'Eigenschaftswort' und 'Begriffsausdruck' machen auf Gegebenheiten aufmerksam, auf <u>Eigenschaften</u> und <u>Begriffe</u>, die mit einstelligen Prädikatoren in aufzuklärender Weise zusammenhängen (↑6.3.3); bei mehrstelligen Prädikatoren besteht entsprechend eine wie immer geartete Verknüpfung zu Relationen bzw. relationalen Eigenschaften und relationalen Begriffen.

6.1.1. Die Prädikation im Ensemble der Redehandlungen

Der Vollzug einer Redehandlung umfasst Performation und Proposition als Teilhandlungen. Die Proposition besteht ihrerseits aus weiteren Teilhandlungen, nämlich aus Prädikation, Nomination, Junktion und Quantifikation. Redehandlungen werden ausgeführt durch Äußerung von Sätzen. Die Performation, Proposition, Nomination, Junktion und Quantifikation erfolgt durch Verwendung von Performatoren, Prädikatoren, Nominatoren, Junktoren und Quantoren. Der Handlungsaufbau spiegelt sich im Satzaufbau. Prädikation, Nomination, Junktion und Quantifikation bilden gemeinsam die subpropositionalen Redeteilhandlungen. Das folgende Schaubild fasst die beschriebene Sachlage zusammen. Der senkrechte gestrichelte Pfeil ist zu lesen als '.. wird vollzogen durch Verwendung von..'.

[1]


Redehandlungen
Performation
Proposition
Subproposition
Nomination
Prädikation
Junktion
Quantifikation
Nominatoren
Prädikatoren
Junktoren
Quantoren
Subpropositionale
Performatoren
Aussagen
Redeteile
Sätze

Bei der Behandlung der grammatischen Kategorien konnte schon darauf hingewiesen werden, dass Prädikatoren in dem Sinn unverzichtbar sind, als jede Aussage und damit jeder Satz wenigstens einen Prädikator enthält. Das ergibt sich aus dem induktiven Formelaufbau: Jede Formel hat wenigstens eine atomare Formel zur Teilformel und damit wenigstens einen Prädikator zum Teilausdruck. Demgegenüber sind Junktoren und Quantoren keine Teilausdrücke von Atomaussagen; und Nominatoren sind nicht in allen Quantoraussagen erforderlich. Man betrachte z.B. die Aussagen:

[2] a) $2 > 5$

b) $2 > 5 \vee 2 < 5$

c) $\bigwedge x \bigwedge y\ (x > y \vee x < y)$

In a) fehlen Junktoren und Quantoren, in b) nur Quantoren und in c) ist kein Nominator Teilausdruck. Demgegenüber finden sich in allen Aussagen Prädikatoren. In diesem Sinne sind Prädikatoren (im vorausgesetzten Rahmen von Sprachen erster Stufe) unverzichtbare Redemittel; Analoges resultiert bei Sprachen höherer Stufen.

Überträgt man diesen Sachverhalt von der Seite der Redemittel auf die Seite der Redehandlungen, so ergibt sich: Prädikationen sind Teilhandlungen jeder Redehandlung und insofern für diesen Vollzug unverzichtbar. – Wird ein Satz mit der unter a) notierten Aussage, also mit einer atomaren Aussage, als Hauptoperand, geäußert, dann liegt eine atomare bzw. elementare Prädikation vor; diese findet unten gesonderte Behandlung (↑6.3).

6.1.2. Die Verwandlung von Formeln in Prädikatoren

Prädikatoren sind, so eine unstrittige intuitive Vorgabe, jedenfalls solche Redeteile, die von etwas ausgesagt werden können, ganz gleichgültig, ob die entstehende Aussage wahr oder falsch ist. So kann der Prädikator '..ist-ein-sakrales-Bauwerk' vom Kölner Dom oder vom Kölner Hauptbahnhof ausgesagt werden. Im ersten Fall ist die entstehende Aussage, 'Der Kölner Dom ist-ein-sakrales-Bauwerk', wahr; im zweiten Fall ist die entsprechende Aussage, 'Der Kölner Hauptbahnhof ist-ein-sakrales-Bauwerk', falsch. Die herausgestellte Eigenart des Ausgesagtwerdenkönnens kommt intuitiv nicht nur Prädikatoren zu, sondern auch offenen Formeln. Man betrachte etwa folgende Zeichenverbindungen:

[3] a) *x* ist-ein-sakrales-Bauwerk und *x* ist-Bischofskirche

b) Mann(x) $\wedge \bigvee z$ (Frau(z) $\wedge$ Zeugte-mit(x, z, y))

Unter a) ist eine in ‘x’ offene Formel notiert, unter b) eine in ‘x’ und ‘y’ offene Formel (↑3.2.3). Dabei sollte der Umstand, dass in b) eine stärker normierte Schreibweise benutzt wird, nicht irritieren. Man ist insofern geneigt, auch diese Ausdrucksverbindungen als Prädikatoren aufzufassen, als man auch sie von Gegebenheiten bzw. Gegebenheitspaaren aussagen möchte. Ein Realisierungsweg liegt nahe: Substituiert man in a) ‘*x*’ durch ‘der Kölner Dom’ und in b) ‘*x*’ durch ‘J.S. Bach’ und ‘*y*’ durch ‘P.E. Bach’, dann erhält man mit

[3] a*) der Kölner Dom ist-ein-sakrales-Bauwerk und der Kölner Dom ist-Bischofskirche

b*) Mann(J.S. Bach) $\wedge \bigvee z$ (Frau(z) $\wedge$ Zeugte-mit(J.S. Bach, z, P.E. Bach))

Aussagen, in denen von den jeweiligen Gegebenheiten das Gewünschte ausgesagt wird. Allerdings geschieht das nicht in der gewünschten Form, nämlich nicht so, dass das Ausgesagte als eigener und einheitlicher Prädikator auftritt. Um diese Möglichkeit verfügbar zu machen, soll ein Operator, der **l**-Konvertor, eingeführt werden, der offene Formeln in Prädikatoren konvertiert. So sollen durch Anwendung von ‘**l***x*’ auf ‘*x* ist-ein-sakrales-Bauwerk und *x* ist-Bischofskirche’ sowie durch Anwendung von ‘**l***x*,*y*’ auf ‘Mann(x) $\wedge \bigvee z$ (Frau(z) $\wedge$ Zeugte-mit(x, z, y))’ die Prädikatoren:

[3] a°) **l***x* (*x* ist-ein-sakrales-Bauwerk und *x* ist-Bischofskirche) (..)

b°) **l***x*,*y* (Mann(x) $\wedge \bigvee z$ (Frau(z) $\wedge$ Zeugte-mit(x, z, y))) (..,..)

generiert werden. Eine genau in einer Variable offene Formel wird durch einen einfachen Variablenbinder ‘**l***x*__’ in einen einstelligen Prädikator überführt; analog wird aus einer in genau zwei Variablen offenen Formel durch einen zweifachen Variablenbinder ‘**l***x*,*y*__’ ein zweistelliger Prädikator erzeugt; die Verallgemeinerung zeichnet sich ab: Durch einen *k*-stelligen Operator ‘**l**$\xi_1,...,\xi_k$’ soll aus einer in $\xi_1,...,\xi_k$ offenen Formel Δ ein *k*-stelliger Prädikator erzeugt werden.

Der semantische Aspekt, d.h. die Verwendung, ist so zu regeln, wie die hinführenden Überlegungen nahelegen: Der durch Konversion erzeugte Prädikator soll auf einen Gegenstand resp. eine Gegenstandssequenz genau dann zutreffen, wenn das einschlägige Substitutionsresultat gilt. Am Beispiel:

[3] a$^+$) **l***x* (*x* ist-sakrales-Bauwerk und *x* ist-Bischofskirche) (der Kölner Dom) $\leftrightarrow$ (der Kölner Dom ist-sakrales-Bauwerk und der Kölner Dom ist-Bischofskirche)

b$^+$) **l***x*,*y* (Mann(x) $\wedge \bigvee z$ (Frau(z) $\wedge$ Zeugte-mit(x, z, y))) (J.S. Bach, P.E. Bach) $\leftrightarrow$ (Mann(J.S. Bach) $\wedge \bigvee z$ (Frau(z) $\wedge$ Zeugte-mit(J.S. Bach, z, P.E. Bach)))

Die exemplarisch erläuterten Intuitionen sind nun festzuzurren: Grammatische Festlegung: Es sei '$\mathbf{I}\xi_1,...,\xi_k$' ein *k*-facher variablenbindender Operator, der genau in $\xi_1,...,\xi_k$ offene Formeln Δ in *k*-stellige Prädikatoren konvertiert. Für die folgende semantische Festlegung sei ϑ_i jeweils ein geschlossener Term und ω_i jeweils eine nicht Δ auftretende Variable; die Substitutionsschreibweise bezieht sich auf alle *i* mit $1 \leq i \leq k$.

[3]* Man darf jede parameterfreie Aussage der Form

$\mathbf{I}\xi_1,...,\xi_k\, \Delta(\vartheta_1,...,\vartheta_k) \leftrightarrow [\vartheta_i, \xi_i, \Delta]$ resp.

$\bigwedge\omega_1... \bigwedge\omega_k(\mathbf{I}\xi_1,...,\xi_k\, \Delta(\omega_1,..., \omega_k) \leftrightarrow [\omega_i, \xi_i, \Delta])$

kategorisch setzen.

Wie für Definitionen und Axiome gilt für kategorisch gesetzte Aussagen, dass sie in Beweisen angezogen werden dürfen. Man kann '$\mathbf{I}\xi_1,...,\xi_k$' etwa lesen als 'Für solches $\xi_1,...,\xi_k$'. '$\mathbf{I}$' stellt, grammatisch genau genommen, eine neue Form von Quantifikator dar, dessen Hinzufügung zu den Mitteln einer Sprache auch eine Neudefinition des Formel- und Prädikatorenbegriffs erzwingt. In diesem Zusammenhang müsste man dann auch zwischen einfachen und zusammengesetzten bzw. $\mathbf{I}$-Prädikatoren unterscheiden. Diese Feinheiten seien hier vernachlässigt! Die Arbeitsweise des eingeführten Konvertierungsoperators kann an folgender Tabelle nachgehalten werden:

[3]+ a) Däne(*x*) $\vee$ Schwede(*x*)

$\mathbf{I}x$ (Däne(*x*) $\vee$ Schwede(*x*)) (..)

b) $\bigvee u$ (Stadt(*u*) $\wedge$ Liegt-zwischen(*w*, *u*, *z*))

$\mathbf{I}w,z$ ($\bigvee u$ (Stadt(*u*) $\wedge$ Liegt-zwischen(*w*, *u*, *z*))) (..,..)

c) Summe-von(*x*, *y*, *z*)

$\mathbf{I}x,y,z$ (Summe-von(*x*, *y*, *z*)) (..,..,..)

Die Konversion von Formeln in Prädikatoren bietet eine Möglichkeit, jede Aussage, die einen geschlossenen Term enthält, in eine atomare Aussage umzuformen. So wird die Aussage '$\bigwedge x$ (Mensch(*x*) $\rightarrow$ Fürchtet(*x*, Dracula))' zu '$\mathbf{I}y \bigwedge x$ (Mensch(*x*) $\rightarrow$ Fürchtet(*x*, *y*)) (Dracula)'. Informell: Die Aussage 'Alle Menschen fürchten Dracula' wird zu 'Dracula ist ein solcher, dass alle Menschen ihn fürchten'. Dabei wählt man stets eine neue, d.h. eine in der Ausgangsformel nicht vorkommende Variable als Variable für den $\mathbf{I}$-Konvertor. – Mit Hilfe der $\mathbf{I}$-Konversion ist auch eine bequeme Möglichkeit geschaffen, in der Folge Beispiele für so und so beschaffene Prädikatoren anzugeben.

Ü 1 Beweisen Sie die Aussage:

$\mathbf{I}u\ (\bigvee z\ (\text{Natürliche-Zahl}(z) \wedge z > u))\ (3)$

unter Benutzung der **I**-Konversion sowie durch Anziehung der Aussagen:

Natürliche-Zahl(3), $\bigwedge w\ (\text{Natürliche-Zahl}(u) \rightarrow \bigvee z\ (\text{Natürliche-Zahl}(z) \wedge z > u))$

6.2. Prädikatorentypen

Prädikatorentypen ergeben sich unter ganz verschiedenen Einteilungsrücksichten. In der Folge ist zunächst an grammatische zu erinnern (6.2.1). Diesen stehen verschiedene semantische gegenüber: Die exemplarbezogene Einteilung fragt danach, ob der Prädikator auf Exemplare zutrifft bzw. ob er auf Exemplare nicht zutrifft (6.2.2). Die systembezogene Gliederung geht auf die Stellung der Prädikatoren im Prädikatorensystem (6.2.3). Die strukturbezogene Typisierung ergibt sich aus strukturellen Eigenschaften der Prädikatoren (6.2.4). Zur besseren Übersicht werden sodann die exemplar-, system- und strukturbezogenen Definitionen zusammengestellt (6.2.5). Abschließend sind einige materiale Prädikatorarten kursorisch vorzustellen (6.2.6).

Wenn man einen Prädikator einer bereits vorliegenden Sprache analysiert, seine ›logische Geographie‹ erstellt, das ›Terroir‹ aufschlüsselt, dann klärt man seine grammatischen, exemplar-, system- und strukturbezogenen, manchmal auch einige seiner materialen Eigenschaften. Führt man einen Prädikator hingegen in eine Sprache ein, dann hat dies zur Folge, dass er Eigenschaften aus den aufgezählten Eigenschaftsgruppen annimmt bzw. mit diesen ausgestattet wird (↑6.2.5).

6.2.1. Grammatische Prädikatorentypen – Erinnerung

Vernachlässigt man die Unterscheidung von einfachen und zusammengesetzten, d.h. **I**-Prädikatoren, dann ergeben aus der Sicht der Rationalen Grammatik zwei Gesichtspunkte für eine Einteilung der Prädikatoren: zum einen die *Stelligkeit*, zum anderen die *Stufigkeit*.

Zufolge des Stelligkeitsgesichtspunktes lassen sich ein-, zwei-, drei-, vier-, ..., *n*-stellige Prädikatoren unterscheiden, dabei ist *n* eine positive natürliche Zahl. – Die Feststellung bzw. die Festsetzung der Stelligkeit eines Prädikators ist eine nicht-triviale Angelegenheit; darauf wurde schon im Startkapitel (↑1.1.1) sowie bei der Behandlung der Grammatik (↑3.4.3) hingewiesen.

Ü 2 Nehmen Sie an, der ›subjektive‹ Prädikator '..schön-für..' ist durch '$\bigwedge x \bigwedge y$ (x ist schön für $y \leftrightarrow$ (y betrachtet $x \rightarrow x$ gefällt y))' definiert; im Anschluss daran sei '..ist schön' durch '$\bigwedge x$ (x ist schön $\leftrightarrow \bigvee y$ x ist schön für y)' charakterisiert. In derselben Sprache sei der ›objektive‹ Prädikator '..ist schön' durch '$\bigwedge x$ (x ist schön $\leftrightarrow \bigwedge y$ (y betrachtet $x \rightarrow x$ gefällt y))' definiert. Unter welcher naheliegender Bedingung führen diese Charakterisierungen zur Inkonsistenz? Wie könnte die Inkonsistenz vermieden werden? – Vergleichen Sie dazu auch die Neuigkeitsforderung in den Definitionsregeln (↑11).

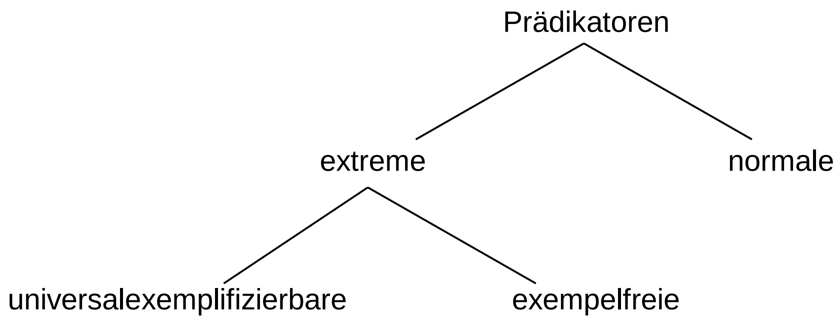
Zufolge des Stufigkeitsgesichtspunktes lassen sich Prädikatoren erster, zweiter, dritter, ..., *k*-ter Stufe unterscheiden; dabei ist *k* eine positive natürliche Zahl. Diese Unterscheidung ist jedoch nur dann einschlägig, wenn man den (hier in der Regel vorausgesetzten) Rahmen von Sprachen erster Stufe verlässt (↑3.3.3). Die Aussage 'Hans ist mit Fritz verwandt' – formatiert: 'Ist-verwandt-mit(Hans,Fritz)' – entsteht aus der Anwendung des zweistelligen Prädikators erster Stufe 'ist-verwandt-mit(..,..)' auf die Individuenkonstanten/Eigennamen 'Hans' und 'Fritz'. Die Aussage 'Verwandtsein ist symmetrisch' – formatiert: 'Ist-symmetrisch(Ist-verwandt-mit(..,..))' entsteht aus der Anwendung des einstelligen Prädikators zweiter Stufe 'Ist-symmetrisch(—)' auf den zweistelligen Prädikator erster Stufe 'Ist-verwandt-mit(..,..)'. Die Aussage 'Symmetrie ist eine Relationseigenschaft' – formatiert: 'Ist-eine-Relationseigenschaft(Ist-symmetrisch(—))' entsteht aus der Anwendung des einstelligen Prädikators dritter Stufe 'Ist-eine-Relationseigenschaft(++)' auf den einstelligen Prädikator zweiter Stufe 'Ist-symmetrisch(—)'. Die Zeichenverbindungen 'Ist-symmetrisch(—)' und 'Ist-eine-Relationseigenschaft(++)' sind demnach höherstufige Prädikatoren.

In höherstufigen Sprachen kann man dann auch homogene von inhomogenen Prädikatoren unterscheiden: Die Operanden homogener Prädikatoren gehören derselben Stufe an, die Operanden inhomogener Prädikatoren sind auf verschiedenen Stufen angesiedelt. Ein Beispiel für einen zweistelligen inhomogenen Prädikator, an dessen erster Stelle ein Prädikator und an dessen zweiter Stelle ein Term steht, wäre dann etwa '..wird-exemplifiziert-durch..': Weise wird-exemplifiziert-durch Sokrates. Stärker normiert: Wird-exemplifiziert-durch(Ist-weise(..),Sokrates). Der erste Operand ist ein Prädikator erster Stufe, der zweite Operand zählt zu den Individuenkonstanten (↑3.3.3).

6.2.2. Exemplarbezogene Prädikatorentypen

Prädikatoren, die überhaupt auf Gegenstände zutreffen, sind exemplifizierbar (oder auch erfüllbar); ist dieser Sachverhalt nicht gegeben, so sind sie exempelfrei. Prädikatoren, die auf einige Gegenstände nicht zutreffen, sind gegenexemplifizierbar; ist dieser Sachverhalt nicht gegeben, so sind sie universalexemplifizierbar. Prädikatoren, die sowohl exemplifizierbar als auch gegenexemplifizierbar sind, gelten als normal; Prädikatoren, die nicht normal sind, sind extrem. Die damit gegebene und aufgezeichnete Einteilungssequenz ist in der Folge im Detail zu erläutern.

[4]



In der Folge steht Φ für einen n-stelligen Prädikator einer geeigneten Sprache S erster Stufe; diese Charakterisierungsbedingung wird nicht eigens vorangestellt.

Ein Prädikator Φ ist in einer Sprache S exemplifizierbar genau dann, wenn die Partikularaussage $\bigvee\xi_1 \ldots \bigvee\xi_n\ \Phi(\xi_1, \ldots, \xi_n)$ in S gilt. Handelt es sich um einen einstelligen Prädikator, dann ist dieser demzufolge exemplifizierbar, wenn die Aussage $\bigvee\xi\ \Phi(\xi)$ in der Sprache wahr ist. – Die Prädikatoren '..ist-männlich', '..ist-Vater-von..', 'Zeugte-mit(..,..,..)' sind Beispiele für exemplifizierbare ein-, zwei- und dreistellige Prädikatoren in der biologischen Verwandtschaftssprache. Sie stellen damit zugleich Gegenbeispiele für exempelfreie Prädikatoren dar.

Ein Prädikator Φ ist in einer Sprache S exempelfrei genau dann, wenn die Negation $\neg\bigvee\xi_1 \ldots \bigvee\xi_n\ \Phi(\xi_1, \ldots, \xi_n)$ in S beweisbar ist. Handelt es sich um einen einstelligen Prädikator, dann ist dieser demzufolge exempelfrei, wenn die Aussage $\neg\bigvee\xi\ \Phi(\xi)$ in der Sprache wahr ist. Die Prädikatoren '..ist-gerade-Primzahl->5', '$\mathbf{l}x,y\ (x > y \wedge y > x)(..,..)$', '$\mathbf{l}x,y,z\ (x = y + z \wedge x \neq y + z)(..,..,..)$' sind Beispiele für exempelfreie ein-, zwei- und dreistellige Prädikatoren der arithmetischen Sprache. Sie sind zugleich Gegenbeispiele für exemplifizierbare Prädikatoren.

Bemerkung: Die kontradiktorischen Prädikatoren – in überkommener lateinischer Terminologie: die contradictiones in adiecto – sind alle exempelfrei, obwohl nicht alle exempelfreien Prädikatoren auch kontradiktorische darstellen: So ist etwa die Ausdrucksverbindung '..ist-im-Jahre-2000-freilebender-Elefant-in-Greifswald' ein exempelfreier, jedoch kein kontradiktorischer Prädikator (↑5.1.4).

Ein Prädikator Φ ist in einer Sprache S gegenexemplifizierbar genau dann, wenn die Partikularaussage $\bigvee\xi_1 \ldots \bigvee\xi_n\ \neg\ \Phi(\xi_1, \ldots, \xi_n)$ in S wahr ist. Handelt es sich um einen einstelligen Prädikator, dann ist dieser demzufolge gegenexemplifizierbar, wenn die Aussage $\bigvee\xi\ \neg\ \Phi(\xi)$ in der

Sprache gilt. – Die Prädikatoren '..ist-männlich', '..ist-Vater-von..', 'Zeugte-mit(..,..,..)' sind Beispiele für ein-, zwei- und dreistellige gegenexemplifizierbare Prädikatoren der biologischen Sprache.

Ein Prädikator Φ ist in einer Sprache S universalexemplifizierbar genau dann, wenn die Universalaussage $\bigwedge\xi_1 ... \bigwedge\xi_n\ \Phi(\xi_1, ..., \xi_n)$ in S wahr ist. Handelt es sich um einen einstelligen Prädikator, dann ist dieser demzufolge universalexemplifizierbar, wenn die Aussage $\bigwedge\xi\ \Phi(\xi)$ in der Sprache gilt. Die Prädikatoren '$\mathbf{l}y$ (y ist-gerade-Zahl $\vee$ y ist-ungerade-Zahl) (..)', '$\mathbf{l}x,y$ ($x > y \rightarrow \neg\, y > x$) (..,..)' und '$\mathbf{l}x,y,z$ (x ist-Summe-von y und z $\vee$ $\neg$ x ist-Summe-von y und z)(....,..)' sind Beispiele für universalexemplifizierbare Prädikatoren der arithmetischen Verwandtschaftssprache.

Bemerkung: Prominente Beispiele für universalexemplifizierbare Prädikatoren aus der philosophischen Tradition sind die sogenannten transzendentalen Prädikatoren 'unum', 'bonum', 'verum'. Versucht man die Leitintuition in den hier bestimmenden Rahmen zu übertragen, so ergibt sich: '..est-bonum' ist insofern ein universalexemplifizierbarer Prädikator, als in der unterlegten philosophischen Sprache die Aussage 'Für alle y: y est-bonum' gilt; dabei bedeutet '..est-bonum' etwa '..kann-Objekt-des-Strebevermögens-werden'. Analog lässt sich '..est-verum' deuten als '..kann-Objekt-des-Erkenntnisvermögens-werden'. Die Vokabel 'unum' könnte man als '..ist-ein-Gegenstand' deuten; dieser Prädikator wäre etwa durch '$x = x$' definierbar; wegen Totalreflexivität der Identität (↑4.4) ergäbe sich dann das Gewünschte.

Φ ist extremer Prädikator in S genau dann, wenn Φ universalexemplifizierbarer oder exempelfreier Prädikator in S ist; Beispiele für universalexemplifizierbare bzw. exempelfreie Prädikatoren sind demnach auch Beispiele für extreme Prädikatoren. – Φ ist normaler Prädikator in S genau dann, wenn Φ sowohl exemplifizierbarer als auch gegenexemplifizierbarer Prädikator in S ist. Beispiele für normale Prädikatoren sind also Redeteile, die sowohl Beispiele für exemplifizierbare als auch Beispiele für gegenexemplifizierbare Prädikatoren sind. Sie sind damit zugleich Gegenbeispiele für extreme Prädikatoren.

Φ ist schließlich exklusiv-exemplifizierbarer Prädikator in S genau dann, wenn die Einzigkeitsaussage $\mathbf{1}\xi\ \Phi(\xi)$ in S beweisbar ist; hierbei ist ausschließlich an einstellige Prädikatoren gedacht, wie etwa '..ist-Verfasser-der-„Die Buddenbrooks"' oder '..ist-gerade-Primzahl'. Zentraler definierender Ausdruck ist der Einzigkeitsquant(ifikat)or, der seinerseits im Rückgriff auf Partikularquantor, Universalquantor, Konjunktor, Subjunktor und Identitätsprädikator charakterisiert wird (↑5.3.4). – Enthält das durch die Sprache gegebene Diskursuniversum mehr als eine Gegebenheit, gilt also die Aussage $\bigvee\xi\bigvee\omega\ \xi \neq \omega$ in der Sprache, dann sind die exklusiv-exemplifizierbaren Prädikatoren normale Prädikatoren.

Bemerkung: Exklusiv-exemplifizierbare Prädikatoren finden sich (jedenfalls dem Anspruch nach) v.a. in der Gotteslehre. Proponenten einer solchen gehen davon aus, dass die Redeteile '..ist-allmächtig', '..ist-allgültig', '..ist-allwissend', '..ist-unendlich', '..ist-allgegenwärtig' auf genau ein Gebilde, nämlich auf Gott, zutreffen. Ihre Opponenten versuchen demgegenüber zu zeigen, dass es sich dabei um exempelfreie Prädikatoren handelt. Die der Auseinandersetzung zugrundeliegende Schwierigkeit besteht in der/einer für die Parteien einvernehmlichen Explikation der aufgezählten Prädikatoren. – Im Alltag finden sich exklusiv-exemplifizierbare Prädikatoren insbesondere bei einer Sorte superlativischer Redeteile wie etwa '..ist-schnellster-Sprinter-im-Jahre-2000', '..ist-bester-Pfälzer-Riesling- der-letzten-10-Jahre'.

Universale Prädikatoren lassen sich – erläutert für den einstelligen Fall – so bilden, dass man ausgeht von einer wahren Universalaussage, den Universalquantor wegstreicht und den von der Variablen her geeigneten Konversionsquantor voransetzt: So ist etwa 'Für alle *x*: Wenn *x* ein Mensch ist, dann ist *x* sterblich' eine wahre Universalaussage. Wegstreichung des Universalquantors führt zu 'Wenn *x* ein Mensch ist, dann ist *x* sterblich'. Voranstellung des '*x*' bindenden Konversionsquantors hat dann den universalen einstelligen Prädikator '**I***x* (Wenn *x* ein Mensch ist, dann ist *x* sterblich)(..)' zum Ergebnis. In analoger Weise lassen sich exempelfreie und normale Prädikatoren bilden. – Nur normale Prädikatoren können die Prädikationen üblicherweise zugedachten Unterscheidungsaufgaben übernehmen (↑6.3.2).

Ü 3 Suchen Sie aus Gebrauchssprache, aus einer fachwissenschaftlichen und aus der philosophischen Sprache je ein Beispiel für einen ein-, zwei-, dreistelligen normalen, leeren und universalen Prädikator!

6.2.3. Systembezogene Prädikatorentypen

Prädikatoren bilden Systeme, Gewebe oder Netze; sie stehen zueinander im Verhältnis von Ein- und Ausschluss, Unter- und Überordnung, Umkehrung usf. Einige dieser Beziehungen sind genauer zu charakterisieren, und zwar in der Reihenfolge Unter- bzw. Überordnung, Konversität, Negativität, Disjunktheit, Exhaustivität, Klassifikativität. Φ, X, Ψ sind dabei jeweils gleichstellige Prädikatoren der unterlegten Sprache *S*.

Es ist Φ <u>Subprädikator zu</u> Ψ <u>in</u> *S* genau dann, wenn die Universalaussage $\bigwedge\xi_1...\bigwedge\xi_n\,(\Phi(\xi_1, ..., \xi_n) \rightarrow \Psi(\xi_1, ..., \xi_n))$ in *S* beweisbar ist. Es ist umgekehrt Ψ <u>Superprädikator zu</u> Φ <u>in</u> *S* genau dann, wenn Φ Subprädikator zu Ψ in *S* ist. Wenn also eine Aussage der Art $\bigwedge\xi_1...\bigwedge\xi_n\,(\Phi(\xi_1, ..., \xi_n) \rightarrow \Psi(\xi_1, ..., \xi_n))$ wahr ist, dann ist der Antezedensprädikator Subprädikator des Sukzedensprädikators und der Sukzedensprädikator ist Superprädikator des Antezedensprädikators. – Die folgende Auflistung gibt einige Beispiele für einstellige Sub- bzw. Superprädikatoren aus geeignet gewählten Sprachen:

[5] ↱ ist Subprädikator zu ↴

..hämmert	..handelt
..gerade-Zahl	..natürliche-Zahl
..ist-Fagott	..ist-Musikinstrument
..ist-ein-Fluss	..ist-fließendes-Gewässer
..ist-eine-Großstadt	..ist-eine-Stadt
..ist-ein-Hund	..ist-ein-Lebewesen
..ist-dunkelrot	..ist-rot

↥ ist Superprädikator zu ↵

In der biologischen Verwandtschaftssprache lässt sich z.B. folgende Kette von (von links gelesen) zweistelligen Subprädikatoren bzw. (von rechts gelesen) von Superprädikatoren angeben:

[6] ..ist-Vater-von.., ..ist-Elter-von.., ..ist-Vorfahr-von.., ..ist-verwandt-mit..

Prädikatorenketten können von beträchtlicher Länge sein: '..ist-silberne-ziffernlose-Taschenuhr', '..ist-ziffernlose-Taschenuhr', '..ist-Taschenuhr', '..ist-Uhr', '..ist-Messgerät', '..ist-Gerät', '..ist-Artefakt', '..ist-sinnenfälliger-Gegenstand'.

Wenn – in einer Sprache *S* – Φ Subprädikator von Ψ ist und Ψ umgekehrt Subprädikator von X, dann ist auch Φ Subprädikator von X. Diese – später als Transitivität betitelte (↑6.2.4) – Eigenschaft beruht darauf, dass eine Aussage der Art $\bigwedge\xi_1...\bigwedge\xi_n\ (\Phi(\xi_1, ..., \xi_n) \rightarrow \mathrm{X}(\xi_1, ..., \xi_n))$ Konsequenz aus der Klasse von Aussagen der Art $\bigwedge\xi_1...\bigwedge\xi_n\ (\Phi(\xi_1, ..., \xi_n) \rightarrow \Psi(\xi_1, ..., \xi_n))$, $\bigwedge\xi_1...\bigwedge\xi_n\ (\Psi(\xi_1, ..., \xi_n) \rightarrow \mathrm{X}(\xi_1, ..., \xi_n))$ ist. Weiß man von einem beliebigen ϑ-Gegenstand, dass er ein Φ ist, dann treffen auf den ϑ-Gegenstand auch alle Superprädikatoren von Φ zu.

Φ ist koextensiver bzw. koextensionaler Prädikator zu Ψ in *S* genau dann, wenn Φ sowohl Sub- als auch Superprädikator von Ψ in *S* ist, wenn also die Universalaussage $\bigwedge\xi_1...\bigwedge\xi_n\ (\Phi(\xi_1, ..., \xi_n) \leftrightarrow \Psi(\xi_1, ..., \xi_n))$ in *S* beweisbar ist. – Es sind z.B. die einstelligen Prädikatoren '..ist-Lebewesen-mit-Herz' und '..ist-Lebewesen-mit-Nieren' oder die zweistelligen Prädikatoren '..ist-Vater-von..' und 'ιuw (u ist-männlich $\wedge$ u zeugte w) (..,..)' in geeignet gewählten Sprachen zueinander koextensive Prädikatoren. – Ferner: Es ist Φ Subprädikator/Superprädikator von

Ψ und außerdem Ψ Subprädikator/Superprädikator von Φ genau dann, wenn Φ und Ψ in der jeweiligen Sprache koextensive Prädikatoren sind.

Ist Φ ein exemplifizierbarer Prädikator, dann ist auch jeder Superprädikator von Φ exemplifizierbar; es ist nämlich eine Aussage der Art $\bigvee\xi_1...\bigvee\xi_n\ \Psi(\xi_1, ..., \xi_n)$ Konsequenz aus einer Klasse von Aussagen der Art $\bigvee\xi_1...\bigvee\xi_n\ \Phi(\xi_1, ..., \xi_n)$, $\bigwedge\xi_1...\bigwedge\xi_n\ (\Phi(\xi_1, ..., \xi_n) \rightarrow \Psi(\xi_1, ..., \xi_n))$. Es ist weiter jeder Prädikator Superprädikator zu exempelfreien Prädikatoren; das beruht darauf, dass eine Aussage der Art $\bigwedge\xi_1...\bigwedge\xi_n\ (\Phi(\xi_1, ..., \xi_n) \rightarrow \Psi(\xi_1, ..., \xi_n))$ Konsequenz aus einer Klasse von einer Aussage der Art $\neg \bigvee\xi_1...\bigvee\xi_n\ \Phi(\xi_1, ..., \xi_n)$ ist. Schließlich ist – wegen $\{\bigwedge\xi_1...\bigwedge\xi_n\ \Psi(\xi_1, ..., \xi_n)\} \vdash \bigwedge\xi_1...\bigwedge\xi_n\ (\Phi(\xi_1, ..., \xi_n) \rightarrow \Psi(\xi_1, ..., \xi_n))$ – ein universalexemplifizierbarer Prädikator Superprädikator zu jedem Prädikator.

Ü 4 a) Suchen Sie in einer Sprache Ihrer Wahl

aa) eine Prädikatorenkette mit sechs Gliedern für einstellige Prädikatoren

ab) eine Prädikatorenkette mit vier Gliedern für zweistellige Prädikatoren

ac) eine Prädikatorenkette mit drei Gliedern für dreistellige Prädikatoren

b) Bilden Sie eine wenigstens fünfgliedrige Prädikatorenkette, deren mittleres Glied die Zeichenverbindung '..ist-ein-Pudel' ist!

Es <u>ist</u> Φ <u>ein zu</u> Ψ <u>konverser Prädikator in</u> *S* genau dann, wenn die Universalaussage $\bigwedge\xi\bigwedge\omega\ (\Phi(\xi, \omega) \leftrightarrow \Psi(\omega, \xi))$ eine in *S* wahre Aussage ist; hierbei ist vorausgesetzt, dass Φ und Ψ zweistellige Prädikatoren sind. So sind beispielsweise '..Elter-von..' und '..Kind-von..', '..<..' und '..>..', '..nördlich-von..' und '..südlich-von..' zueinander konverse Prädikatoren in der jeweiligen Sprache. Bei dieser Formulierung ist durch Verwendung des Wortes 'zueinander' schon die Tatsache benutzt, dass Ψ auch zu Φ konverser Prädikator ist, falls Φ zu Ψ konverser Prädikator ist.

Ist Φ ein zu Ψ konverser Prädikator und ist Φ Subprädikator zu X_1, dann ist Ψ Subprädikator zu jedem zu X_1 konversen Prädikator X_2. Diese Behauptung lässt sich informell so begründen: Sei $\Phi°$ zu $\Psi°$ konverser Prädikator. Sei $\Phi°$ Subprädikator zu $X_1°$. Sei $X_2°$ konverser Prädikator zu $X_1°$. Sei $\beta_1\Psi°\beta_2$. Nach der ersten Voraussetzung ist dann $\beta_2\Phi°\beta_1$. Zufolge der zweiten Voraussetzung ist $\beta_2X_1°\beta_1$. Gemäß der dritten Voraussetzung ist dann $\beta_1X_2°\beta_2$; damit ist $\beta_1\Psi°\beta_2 \rightarrow \beta_1X_2°\beta_2$; durch UE und mit Hilfe der Konversendefinition folgt das Gewünschte.

Die zunächst auf den hauptsächlichen Anwendungsbereich beschränkte Begriffsbildung kann auf *n*-stellige Prädikatoren mit $n \geq 2$ erweitert werden: Φ ist zu Ψ an der *i*-ten und der *k*-ten Stelle konverser Prädikator in *S* genau dann, wenn die Universalaussage $\bigwedge\xi_1...\bigwedge\xi_i...\bigwedge\xi_k...\bigwedge\xi_n\ (\Phi(\xi_1, ...,\xi_i, ...,\xi_k, ..., \xi_n) \leftrightarrow \Psi\ (\xi_1, ...,\xi_k, ...,\xi_i, ..., \xi_n))$ wahr ist; dabei ist $1 \leq i$ und $k \leq n$. So ist z.B.

'..ist-relativ-zu..Fortschritt-im-Blick-auf..' an der ersten und zweiten Stelle konverser Prädikator zu '..ist-relativ-zu..Rückschritt-im-Blick-auf..' z.B. in einer technikhistorischen, einer geschichtsphilosophischen oder einer politischen Sprache.

Es ist Φ Negatprädikator von Ψ in *S* genau dann, wenn die Universalaussage $\bigwedge\xi_1...\bigwedge\xi_n$ $(\Phi(\xi_1,..., \xi_n) \leftrightarrow \neg\Psi\ (\xi_1,..., \xi_n))$ in *S* wahr ist. So sind etwa '..ist-rot' und '**I**y ($\neg$ y ist rot)(..)' zueinander Negatprädikatoren einstelliger Art. Identitäts- und Diversitätsprädikator sind Negatprädikatoren der zweistelligen Art in beliebigen Sprachen, in denen sie vorkommen; wenn Φ Negatprädikator von Ψ ist, dann gilt auch das Umgekehrte. – In überkommener Terminologie spricht man auch davon, dass Φ kontradiktorisches Gegenteil von Ψ ist.

Es ist Φ zu Ψ disjunkter bzw. konträrer Prädikator in *S* genau dann, wenn die Negation $\neg \bigvee\xi_1...\bigvee\xi_n\ (\Phi(\xi_1,..., \xi_n) \wedge \Psi\ (\xi_1,..., \xi_n))$ in *S* wahr ist. Für einstellige Prädikatoren formuliert: Es gibt keine Gegebenheit, auf die beide Prädikatoren zutreffen. Wenn immer Φ zutrifft, fehlt Ψ, und umgekehrt. Was ein Reh ist, ist kein Hase; mithin sind '..ist-Hase' und '..ist-Reh' konträre Prädikatoren der einstelligen Art. Wenn jemand Sohn von jemandem ist, dann stehen die betrachteten Personenfolgen nicht auch im Tochterverhältnis zueinander; '..ist-Sohn-von..' und '..ist-Tochter-von..' sind demnach zueinander konträre Prädikatoren der zweistelligen Art. Ist Φ zu Ψ disjunkter Prädikator, dann gilt auch das Umgekehrte.

Wenn Φ Negatprädikator von Ψ ist, dann ist Φ auch zu Ψ disjunkter Prädikator. Diese Tatsache beruht darauf, dass die die Disjunktheit definierende Formel Konsequenz der die Negativität definierenden Formel ist. Das Umgekehrte ist jedoch nicht der Fall: So sind z.B. '..ist-Reh' und '..ist-Hase' zueinander keine Negatprädikatoren: Was nicht Hase ist, ist nicht schon deshalb ein Reh. Es ist das kontradiktorische Gegenteil also ein Spezialfall des konträren. – Die Darstellung der polarkonträren Prädikatoren macht Gebrauch von den strukturellen Eigenschaften und ist demzufolge erst später einzufügen (↑6.2.3).

Es sind Φ und Ψ X-exhaurierende Prädikatoren in *S*, wenn in *S* die Universalaussage $\bigwedge\xi_1...\bigwedge\xi_n\ (\Phi(\xi_1,..., \xi_n) \vee \Psi(\xi_1,..., \xi_n) \leftrightarrow X(\xi_1,..., \xi_n))$ beweisbar ist. So exhaurieren '..ist-Bayer' und '..ist-deutscher-Nicht-Bayer' den Prädikator '..ist-Deutscher'. Ebenso exhaurieren etwa '..ist-Vater-von..' und '..ist-Mutter-von..' den Prädikator '..ist-Elter-von..'.

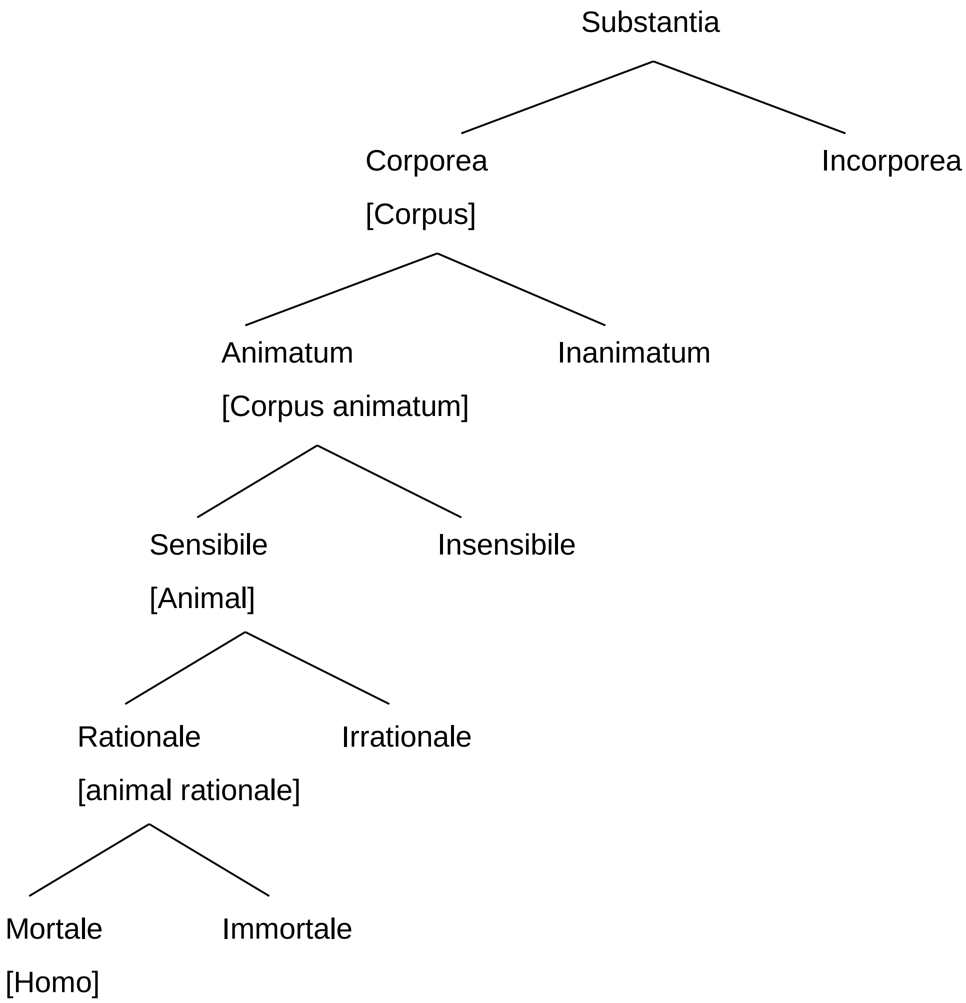
Exhaustivität, Disjunktheit und Exemplifizierbarkeit können zum Gedanken der Klassifikation zusammengeführt werden: Φ und Ψ klassifizieren in *S* X genau dann, wenn Φ und Ψ in *S* disjunkte Prädikatoren sind, Φ und Ψ in *S* X exhaustieren und Φ und Ψ in *S* exemplifizierbar sind. '..ist-männlich' und '..ist-weiblich' klassifizieren '..ist-Mensch', '..ist-rot' und '**I***z* ($\neg$ *z* ist rot)(..)' klassifizieren '..ist-einfarbiger-Körper', '..ist-Bruder-von..' und '..ist-Schwester-von..' klassifizieren '..ist-Geschwister-von..'.

Die Klassifikationsidee lässt sich in dem Sinne verallgemeinern, als *n* Prädikatoren Φ_1,..., Φ_n X klassifizieren, also paarweise disjunkt sind, gemeinsam X exhaurieren und außerdem exemplifizierbar sind. Zerlegen zwei bzw. drei Prädikatoren X, dann spricht man von einer Dichotomie bzw. von einer Trichotomie.

Man kann ferner Klassifikationen hintereinanderschalten; dann entstehen Klassifikationsfolgen bzw. Klassifikationsbäume, im besonderen Fall auch Folgen von Dichotomien. So wird unter [4] der Prädikator '..ist ein Prädikator' durch '..ist ein extremer Prädikator' und '..ist ein normaler Prädikator' klassifiziert. Ferner wird '..ist ein extremer Prädikator' durch '..ist ein universalexemplifizierbarer Prädikator' und '..ist ein exempelfreier Prädikator' klassifiziert. – Es empfiehlt sich, die genauere Charakterisierung von Klassifikation und Klassifikationsfolgen in einem bequemeren, expliziteren und insoweit leistungsfähigeren sprachlichen Rahmen vorzunehmen (↑Zusatz: Zum Darstellungsrahmen).

Bemerkung: Die historisch wohl bekannteste Dichotomisierungsfolge ist die „arbor porphyreana“, die sich (in überkommener Terminologie) so anschreiben lässt:

[7]



Im Kontext der traditionellen Logik dient der Klassifikationsbaum der Erläuterung des Verhältnisses von genus (Gattung) und species (Art). In der hier entwickelten Perspektive liegt eine sechsgliedrige Dichotomisierungssequenz vor: So bilden z.B. '..est-corpus-animatum' und '..est-corpus-inanimatum' eine Klassifikation von '..est-corpus'. Um im letzten Klassifikationsschritt beim rechten Glied die Exemplifizierbarkeitsforderung aufrechterhalten zu können, sind allerdings kühne theologische Spekulationen erforderlich.

Prädikatoren bilden in allen Sprachen ›Netze‹, ›Gewebe‹, ›Systeme‹, ›Gefüge‹, ›Landschaften‹, ›Territorien‹ usf.; und die dort herrschenden Verhältnisse lassen sich mit Hilfe der entwickelten Begriffe beschreiben. Dazu abschließend ein Beispiel aus der Gebrauchssprache. Der Prädikator '..ist-eine-Taschenuhr' besitzt konträre Prädikatoren, z.B. '..ist-eine-Turmuhr', '..ist eine Armbanduhr', oder '..ist-eine-Standuhr'. Die genannten Prädikatoren haben alle '..ist-eine-Uhr' zum Superprädikator, der seinerseits unverträglich mit '..ist-eine-Waage' und '..ist-ein-Zollstock' ist. Die letztgenannten Prädikatoren sind, gemeinsam mit '..ist-eine-Uhr', Subprädikatoren von '..ist-ein-Messgerät'. Dieser Ausdruck schließt wiederum '..ist-ein-Turngerät' und '..ist-ein-Schneidgerät' aus. Weitere Superprädikatoren dazu wären etwa '..ist-ein-Gerät' und sodann '..ist-ein-Artefakt'.

Geht man umgekehrt von '..ist-ein-Schneidgerät' ›nach unten‹, also zu Subprädikatoren, kommt man etwa zu '..ist-ein-Messer' bzw. '..ist-eine-Schere', die zueinander konträr sind. Subprädikator von '..ist-ein-Messer' wäre etwa '..ist-ein-Küchenmesser'; und dieser Redeteil hätte dann etwa die untereinander paarweise konträren Prädikatoren '..ist-ein-Tomatenmesser', '..ist-ein-Filetiermesser', '..ist-ein-Schinkenmesser' zu Subprädikatoren.

Ü 5 a) Suchen Sie einen konversen Prädikator zu '..ist-Sohn-von..', '..ist-Großelter-von..', '..ist-Bruder-von..'!

b) Geben Sie eine wenigstens fünfgliedrige Dichotomisierungssequenz!

c) Beschreiben Sie ein kleineres Gewebe zweistelliger Prädikatoren aus einer Sprache Ihrer Wahl!

6.2.4. Strukturbezogene Prädikatorentypen

Die Darlegung der strukturbezogenen Prädikatorentypen konzentriert sich auf die zweistelligen Prädikatoren und gibt nur gelegentlich einen exemplarischen Hinweis auf Erweiterungen. Zweistellige Prädikatoren stellen Relationen dar; und es ist hilfreich, gelegentlich in materialer Redeweise von Relationen und dem Stehen-in-Relationen usf. zu sprechen. Ebenso fördert die Verwendung von Pfeildiagrammen den verständigen Mitvollzug.

Fragt man danach, ob beliebige Gebilde (einer bestimmten Sorte) zu sich selbst in der betrachteten X-Relation stehen, dann untersucht man X auf Reflexivität (6.2.4.1). Gilt das Interesse der Umkehrbarkeit einer Relation X, dann überprüft man X auf Symmetrie (6.2.4.2). Eigenschaften aus der Gruppe der Transitivität werden betrachtet, wenn – vergröbernd und nicht ganz korrekt ausgedrückt – jeweils drei beliebige Gebilde in ihrem Verhalten bezüglich einer Relation X untersucht werden (6.2.4.3). Wird das Problem aufgeworfen, ob zwischen beliebigen Gebilden die Relation X in wenigstens einer Richtung besteht, dann untersucht man X auf Konnexität (6.2.4.4). Fragt man danach, ob – wiederum vergröbernd – zwischen durch X aufeinander Bezogenen Identitäten vorliegen, dann untersucht man X auf Deutigkeit (6.2.4.5). Diese einfachen strukturellen Eigenschaften lassen sich zu komplexen zusammenfügen. Die Gleichheiten (6.2.4.6) sowie die Ordnungen (6.2.4.7) sind wegen ihres häufigen Vorkommens und wegen der mit ihnen gegebenen begriffsbildnerischen Möglichkeiten von überragender Bedeutung.

6.2.4.1. Die Reflexivitätsgruppe

Besitzt die X-Relation die Eigenschaft, dass ein jedes Gebilde zu sich in X steht? Bei affirmativer Antwort ist X totalreflexiv. Genauer: X ist in *S* totalreflexiv genau dann, wenn die Universalaussage $\bigwedge\xi\ \xi X\xi$ in *S* wahr ist. Der Identitätsprädikator ist in allen Sprachen so festgelegt, dass die erwähnte Universalaussage gilt; insofern ist er das Musterbeispiel für einen totalreflexiven Prädikator. Ein weiteres Beispiel wäre etwa '..ist-kardinaläquivalent-zu..' in einer reinen Klassensprache. Ist der Redebereich einer Sprache beschränkt auf Menschen, dann wären auch die Prädikatoren '..ist-gleichalt..' oder '..ist-gleichgroß..' totalreflexiv in dieser Sprache.

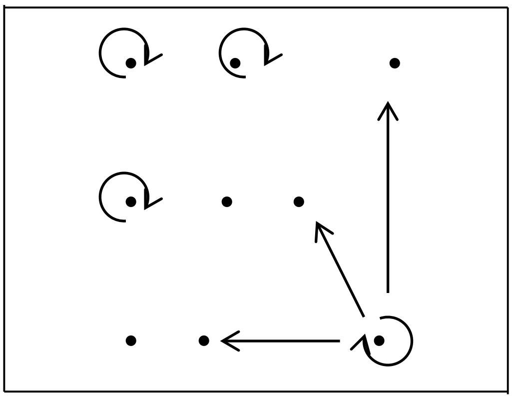
Bezüglich der Prädikatoren, die nicht totalreflexiv sind, ist die Gruppe auszuzeichnen, die das Zu-sich-in-X-stehen völlig ausschließen: X ist in *S* irreflexiv genau dann, wenn die Universalaussage $\bigwedge\xi \neg\ \xi X\xi$ bzw. die negierte Partikularaussage $\neg \bigvee\xi\ \xi X\xi$ in *S* beweisbar ist. Beispiel für irreflexive Prädikatoren sind alle Komparative (wie etwa '..ist-länger/schwerer/früher/wärmer/klüger/freundlicher-als..' usf.), '..ist-Vorfahr-von..', '..ist..vor-zuziehen/nachzusetzen', '..ist-verschieden-von..' bzw. '..≠..', '..ist-Hohlraum-in/durch..', '..ist-geboren-am..'. Diese Prädikatoren stellen zugleich Gegenbeispiele zu totalreflexiven Prädikatoren dar; umgekehrt sind die oben aufgeführten Prädikatoren Gegenbeispiele zur Irreflexivität.

Zahlreiche Prädikatoren sind nur für ein bestimmtes Gebiet (aus dem Gesamtredebereich) interessant. So will man etwa '..ist-gleichzeitig..' ausschließlich auf Ereignisse anwenden; und auf diese Gebilde wird man nicht die Prädikatoren '..ist-intelligenzgleich..' oder '..ist-ebensohumorvoll-wie..’ anwenden. So ist man auch für ein bestimmtes Gebiet daran interessiert, ob jedes Gebilde dieses Gebiets zu sich in der Relation X steht. Das ›Gebiet‹ wird durch einen einstelligen Prädikator Φ ins Spiel gebracht: Es ist X <u>reflexiv auf</u> Φ <u>in</u> *S* genau dann, wenn die Universalaussage $\bigwedge\xi\ (\Phi(\xi) \rightarrow \xi X\xi)$ in *S* wahr ist.

Die Prädikatoren ‘..ist-richtungsgleich..’, ‘..ist-gleichlang..’, ‘..liebt..’, ‘..ist-gattungsgleich..’, sind reflexiv auf ‘..ist-Gerade’, ‘..ist-kantentragender-Körper’, ‘..ist-Mensch’, ‘..ist-Lebewesen’ in der geometrischen, physikalischen, aristotelischen, biologischen Sprache. – Für alle diese Beispiele gilt auch umgekehrt: Steht ein Gebilde zu einem Gebilde in der Relation, dann zählen sie auch zu dem einschlägigen Bereich. Nur wenn z.B. a und b auch Geraden sind, ist a richtungsgleich b. Allgemein kann man definieren: X <u>ist geschlossen auf</u> Φ <u>in</u> *S* genau dann, wenn die Universalaussage $\bigwedge\xi\bigwedge\omega\ (\omega X\xi \rightarrow \Phi(\omega) \wedge \Phi(\xi))$ in *S* wahr ist. Wenn eine Gleichheit – allgemeiner: eine Relation – sich ausschließlich auf einem Bereich Φ abspielt, wenn also alle und nur die durch X aufeinander Bezogenen auch Φ–Gegebenheiten sind, dann stellt Φ das Feld der X-Relation dar: Φ <u>ist in</u> *S* <u>Feldprädikator bezüglich</u> X genau dann, wenn die Universalaussage $\bigwedge\xi\ (\Phi(\xi) \leftrightarrow \bigvee\omega\ (\omega X\xi \vee \xi X\omega))$ in *S* beweisbar ist. Φ ist in *S* Feldprädikator bezüglich X , falls X geschlossen und reflexiv auf Φ in *S* ist.

Betrachtet man den zweistelligen Prädikator ‘..rasiert..’ unter der Reflexivitätsfrage – stehen alle/einige/alle (nicht) zu sich in der ‘..rasiert..’-Relation, dann ergibt sich: Einige rasieren sich selbst, andere nicht. Diejenigen, die sich nicht selbst rasieren, können von anderen rasiert werden, oder werden weder von sich noch von anderen rasiert. Diese Relation ist also auf ‘..Mensch’ nicht reflexiv, aber sie ist auch nicht irreflexiv. Solche Prädikatoren besitzen eine Mittelstellung und werden gelegentlich als partimreflexiv angesprochen. Beschränkt man eine Sprache auf das Diskursuniversum, das durch ‘..ist-Mensch’ fixiert ist, und symbolisiert man das Stehen-zu-sich durch einen Rückkehrpfeil, dann ergibt sich als Pfeildiagramm für die ‘..rasiert..’-Relation:

[8]



Totalreflexive Relationen werden so dargestellt, dass jedes Relat, d.h. jedes in der Relation stehende Gebilde, einen Rückkehrpfeil besitzt. Das besagt nicht – man denke an den Prädikator '..ist kardinaläquivalent..' –, dass zwischen verschiedenen Relaten kein Pfeil eingetragen werden kann. So sind z.B. die Klasse mit den Elementen 1 und 2 und die Klasse mit dem Kölner Dom und dem Eiffelturm als Elementen kardinaläquvalent, aber verschieden. Für den Identitätsprädikator gilt allerdings stets, dass zwischen den Relata kein Pfeil verläuft. Irreflexive Relationen enthalten keinen Rückkehrpfeil. Auf einem Bereich reflexive Relationen sind am Rückkehrpfeil in ihrem Territorium erkennbar.

Auf Basis der vorgenommenen Bestimmungen und unter Hinzuziehung der in den vorangegangenen Abschnitten zusammengestellten Begriffe ergeben sich Folgefragen, z.B. diese: Sind alle totalreflexiven Prädikatoren reflexiv? Unter welcher Bedingung sind reflexive Prädikatoren totalreflexiv? Sind Subprädikatoren totalreflexiver, reflexiver, irreflexiver Prädikatoren ihrerseits totalreflexiv, reflexiv, irreflexiv? Wie steht es mit den entsprechenden Superprädikatoren? Bleibt die jeweilige Eigenschaft bei den konversen, den konträren, den kontradiktorischen Prädikatoren erhalten? Sind universale (zweistellige) Prädikatoren totalreflexiv? Sind umgekehrt totalreflexive Prädikatoren universale (zweistellige) Prädikatoren?

Eine umfassende Beantwortung dieser und anderer, hier ungestellter Fragen soll in einem bequemeren Sprachrahmen vorgenommen werden (↑Zusatz: Zum Darstellungsrahmen). Hier sind exemplarisch zwei Probleme aufzunehmen. Die Frage danach, ob Subprädikatoren irreflexiver Prädikatoren ihrerseits irreflexiv sind, lässt sich bejahen. Die ausformulierte Antwort lautet: Wenn Φ ein in *S* irreflexiver Prädikator ist und Ψ in *S* Subprädikator von Φ ist, dann ist Ψ in *S* irreflexiver Prädikator. Begründung: Sei $\Phi°$ ein in S irreflexiver Prädikator; dann ist definitionsgemäß die Aussage $\bigwedge\xi \neg \xi\Phi°\xi$ in S beweisbar. Sei ferner $\Psi°$ in S Subprädikator von $\Phi°$; dann ist die Aussage $\bigwedge\omega\bigwedge\xi\ (\omega\Psi°\xi \rightarrow \omega\Phi°\xi)$ in S beweisbar. Nun ist aber die Aussage $\bigwedge\xi \neg \xi\Psi°\xi$ in S Konsequenz der beiden erwähnten Universalaussagen; definitionsgemäß ist dann $\Psi°$ ein in S irreflexiver Prädikator.

Subprädikatoren totalreflexiver Prädikatoren oder auch auf einem Prädikator reflexiver Prädikatoren sind nicht notwendig reflexiv. Man denke, um ein schon erwähntes Beispiel zu wiederholen, an die Kardinaläquivalenz. Definiert man etwa einen neuen Prädikator '..ist kardinaläquivalent*..' durch '..ist kardinaläquivalent $y \wedge x \neq y$', verliert der so bestimmte Prädikator, der ersichtlich Subprädikator zu '..ist kardinaläquivalent..' ist, die Reflexivität.

Ü 6 a) Zeigen Sie, dass Φ Feldprädikator bezüglich X ist, falls X reflexiv auf Φ ist und X geschlossen auf Φ ist!

b) Zeigen Sie, dass X_1 in *S* totalreflexiver Prädikator ist genau dann, wenn X_2 in *S* totalreflexiver Prädikator ist, falls X_1 konverser Prädikator zu X_2 in *S* ist!

c) Untersuchen Sie, welche Reflexivitätseigenschaften ein exempelfreier zweistelliger Prädikator besitzt!

6.2.4.2. Die Symmetriegruppe

Die Frage, die zu den Unterscheidungen der Symmetriegruppe führt, lautet: Wie steht es um die Umkehrbarkeit der Beziehung? Genauer: Angenommen, eine Gegebenheit steht zu einer Gegebenheit in der X-Relation; gilt dann auch die Umkehrung? Wird diese Frage für beliebige Gegenstände bejaht, dann ist die X-Relation symmetrisch; wird sie hingegen für beliebige Gegenstände verneint, dann ist die X-Relation asymmetrisch.

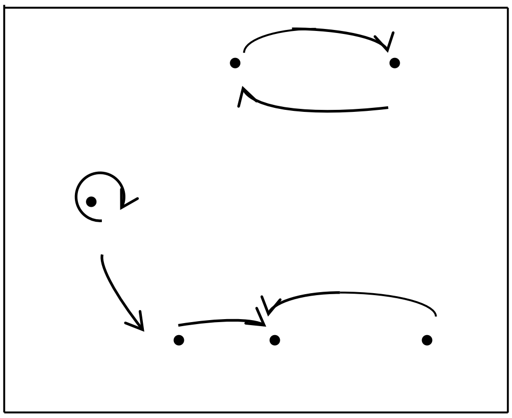
Im einzelnen: Es <u>ist</u> X <u>ein symmetrischer Prädikator in</u> *S* genau dann, wenn die Universalaussage $\bigwedge\omega\bigwedge\xi\ (\omega X\xi \rightarrow \xi X\omega)$ in *S* beweisbar ist. Der Identitätsprädikator, der Diversitätsprädikator, die Prädikatoren '..ist-gleichalt..', '..ist-Zeitgenosse-von..', '..ist-verwandt-mit..' sind symmetrische Redeteile. Die Intuition kann man sich auch in der anschaulichen Richtungssprechweise verdeutlichen: Besteht die X-Relation zwischen einem Gebilde und einem Gebilde in der einen Richtung, dann gilt sie auch in der Umkehrrichtung.

In Anknüpfung an diese Formulierung lässt sich die Asymmetrie so beschreiben: Besteht die X-Relation zwischen einem Gebilde und einem Gebilde in der einen Richtung, dann besteht sie keinesfalls in der Umkehrrichtung. Genauer: Es <u>ist</u> X <u>ein asymmetrischer Prädikator in</u> *S* genau dann, wenn die Universalaussage $\bigwedge\omega\bigwedge\xi\ (\omega X\xi \rightarrow \neg\, \xi X\omega)$ in *S* wahr ist. Falls irgendwelche Gebilde überhaupt in der X-Relation stehen, stehen sie nur in der einen Richtung in der Relation. Die bei Exemplifizierung der Irreflexivität aufgezählten Prädikatoren sind, mit Ausnahme des Diversitätsprädikators, zugleich Beispiele für asymmetrische Prädikatoren; die für symmetrische Prädikatoren gegebenen Beispiele sind hingegen Gegenbeispiele für Asymmetrie, und umgekehrt.

Auch diese Begriffsbildungen lassen sich für *n*-stellige Prädikatoren bezüglich der *i*-ten und der *k*-ten Stelle verallgemeinern. So ist etwa die Universalaussage $\bigwedge\xi\bigwedge\omega\bigwedge\zeta\ (X(\xi,\omega,\zeta) \rightarrow \neg\, X(\omega,\xi,\zeta))$ in einer geschichtsbezogenen Sprache für die Prädikatoren '..ist-Fortschritt-gegenüber..bezüglich..' und '..ist-Rückschritt-gegenüber..bezüglich..' beweisbar. Hier liegt Asymmetrie bezüglich der ersten und zweiten Stelle vor. Eben diese Eigenschaft besitzen auch die Prädikatoren '..liegt-links-von..bezüglich..' bzw. '..liegt-rechts-von..bezüglich..'; damit ist eine in den Startüberlegungen beanspruchte Begrifflichkeit geklärt (↑1.1.1).

Stellt man nun bezüglich der Liebesrelation bzw. bezüglich des Prädikators '..liebt..' die Symmetriefrage, dann lautet die (zunächst negative) Antwort: Es ist nicht der Fall, dass die Liebesrelation symmetrisch ist; denn gelegentlich bleibt die Liebe unerwidert. Es liegt aber auch keine Asymmetrie vor: Denn gelegentlich wird zurückgeliebt. Es gibt also – um zur positiven Antwort überzugehen – Gebilde *x,y,* so dass *x y* liebt , aber *y x* nicht liebt*;* aber es gibt auch Gebilde *x,y*, so dass *x y* liebt und auch *y x* liebt. Solche Relationen nennt man partimsymmetrisch. Stellt man das Bestehen einer X-Relation wiederum durch einen Pfeil dar, dann lässt sich die Pfeilfigur für eine partimsymmetrische Relation mit überschaubar wenigen Relata so wiedergeben:

[9]



Die dargestellte Liebesrelation ist zugleich partimreflexiv: Es sind Rück- und Umkehrpfeile vorhanden, aber auch Relata, von denen nur ein Pfeil ausgeht bzw. auf die nur ein Pfeil auftrifft, ohne dass die Umkehrrichtung realisiert ist.

Führt der Umstand, dass eine Relation X zwischen einer Gegebenheit und einer Gegebenheit in beiden Richtungen besteht, dazu, dass die Bezogenen identisch sind, dann ist diese Relation antisymmetrisch. In kontraponierter Formulierung: Ist eine Gegebenheit von einer Gegebenheit verschieden, dann stehen sie in wenigstens einer Richtung nicht in der X-Beziehung. X <u>ist ein in</u> *S* <u>antisymmetrischer Prädikator</u> genau dann, wenn die Universalaussage $\bigwedge\xi\bigwedge\omega$ $(\xi X\omega \wedge \omega X\xi \rightarrow \omega = \xi)$ in *S* beweisbar ist. Der Teilklassenprädikator '..⊆..' ist ein in den üblichen Klassensprachen antisymmetrischer Prädikator; der Kleinergleich-Prädikator ist ein Beispiel aus der arithmetischen Sprache. Asymmetrische Relationen sind trivialerweise, d.h. wegen unerfülltem Antezedens, antisymmetrisch. Sowohl irreflexive wie auch antisymmetrische Relationen sind asymmetrisch.

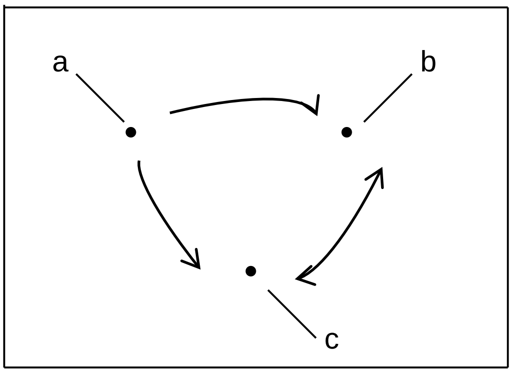
Mit Blick auf die Ordnungsprädikatoren (↑6.2.4.7) ist zu definieren: X_1 <u>ist ein bezüglich</u> X_2 <u>antisymmetrischer Prädikator in</u> *S* genau dann, wenn die Universalaussage $\bigwedge\omega\bigwedge\xi$ $(\xi X_1\omega \wedge$

$\omega X_1 \xi \rightarrow \omega X_2 \xi$) in *S* wahr ist. So ist etwa '..ist-nicht-schwerer-als..' bezüglich '..ist-gleich-schwer..' antisymmetrischer Prädikator in der physikalischen Sprache. Wird für X_2 der Identitätsprädikator gewählt, dann fällt die bezügliche Antisymmetrie mit der einfachen Antisymmetrie zusammen: Identitätsantisymmetrische Prädikatoren sind antisymmetrisch schlechthin.

Ebenso wie nach der Darstellung der Reflexivitätsgruppe ergeben sich eine Reihe von Folgefragen: Sind Sub- resp. Superprädikatoren symmetrischer, asymmetrischer, antisymmetrischer Prädikatoren ihrerseits symmetrisch, asymmetrisch, antisymmetrisch? Wie verhalten sich die konversen bzw. die Negatprädikatoren bei Gegebenheit einer Symmetrieeigenschaft. Welche Zusammenhänge bestehen zwischen der Reflexivitäts- und der Symmetriegruppe? Genauer: Sind Eigenschaften der Symmetriegruppe hinreichende oder notwendige Bedingungen für Eigenschaften aus der Reflexivitätsgruppe?

Der wichtigste Zusammenhang ist die Verknüpfung zwischen Asymmetrie und Irreflexivität. Wenn X in *S* asymmetrisch ist, dann ist X in *S* irreflexiv. Sei $X°$ in *S* asymmetrisch; dann ist die Universalaussage $\bigwedge\xi\bigwedge\omega\ (\omega X°\xi \rightarrow \neg\ \xi X°\omega)$ in *S* wahr. Nun ist aber die Aussage $\bigwedge\xi \neg\ \xi X°\xi$ eine Konsequenz aus $\{\bigwedge\xi\bigwedge\omega\ (\omega X°\xi \rightarrow \neg\ \xi X°\omega)\}$. Mithin ist $X°$ in *S* auch irreflexiv. Ist die Asymmetrie eines Prädikators erkannt, dann braucht man sie auf Reflexivitätseigenschaften nicht mehr eigens zu untersuchen. Damit sind alle Beispiele für asymmetrische Relationen auch Beispiele für irreflexive Relationen. Natürlicherweise ergibt sich die Umkehrfrage: Erzeugt Irreflexivität auch Asymmetrie? Folgende Pfeilfigur (und auch der oben schon erwähnte Diversitätsprädikator) zeigt, dass die Antwort negativ ist:

[10]



Das Fehlen des Rückkehrpfeils zeigt die Irreflexivität an. Zwischen b und c besteht die Beziehung jedoch in beide Richtungen: Asymmetrie liegt demnach nicht vor. Die Relation kann man z.B. als '..bewundert..' eingeschränkt auf drei Personen a, b und c, deuten. Die vorgenommene Anführung irreflexiver Prädikatoren als Beispiele für Asymmetrie ist also nicht dadurch legitimiert, dass alle irreflexiven Prädikatoren auch asymmetrisch sind.

Ü 7 Wenn es kein Gebilde gibt, das zu einer und zu dem eine beliebige Gegebenheit in einer Relation steht, dann ist diese asymmetrisch und irreflexiv.

a) Geben Sie eine korrekte Formulierung dieses intuitiv artikulierten Sachverhalts!

b) Liefern Sie einen Beweis!

c) Suchen Sie drei Beispiele für asymmetrische Prädikatoren, die diese Bedingung erfüllen!

6.2.4.3. Die Transitivitätsgruppe

Das Transitivitätsszenario geht aus von (höchstens) drei beliebigen Gegebenheiten; zwischen diesen besteht die X-Relation so, dass eine Gegebenheit zweimal Relat ist. Gefragt ist dann, ob die beiden anderen Bezogenen ebenfalls in X stehen. Je nach Gestaltung der Ausgangsbezogenheit sind wiederum verschiedene Fälle zu unterscheiden.

Ein Prädikator X <u>ist transitiv in</u> *S* genau dann, wenn die Universalaussage $\bigwedge\omega\bigwedge\xi\bigwedge\zeta$ $(\omega \mathrm{X} \xi \wedge \xi \mathrm{X} \zeta \rightarrow \omega \mathrm{X} \zeta)$ in *S* wahr ist. Geht, metaphorisch gesprochen, die Relation von einem ersten zu einem zweiten, um von dort zu einem dritten weiterzuführen, dann besteht auch eine ›Brücke‹ vom ersten zum dritten; das Pfeildiagramm enthält einen sogenannten Überbrückungspfeil. Fehlt dieser durchgehend, dann liegt Intransitivität vor: Es <u>ist</u> X <u>ein intransitiver Prädikator in</u> *S* genau dann, wenn die Universalaussage $\bigwedge\omega\bigwedge\xi\bigwedge\zeta$ $(\omega \mathrm{X} \xi \wedge \xi \mathrm{X} \zeta \rightarrow \neg\, \omega \mathrm{X} \zeta)$ in *S* wahr ist.

Geht es bei der Transitivität um Überbrückung vom ersten zum dritten Relat, so ist es bei der Zirkularität um den Rücklauf vom dritten zum ersten Bezogenen zu tun, eben um das Sich-Schließen der Beziehungslinie: X <u>ist ein zirkulärer Prädikator in</u> *S* genau dann, wenn die Universalaussage $\bigwedge\omega\bigwedge\xi\bigwedge\zeta$ $(\omega \mathrm{X} \xi \wedge \xi \mathrm{X} \zeta \rightarrow \zeta \mathrm{X} \omega)$ in *S* beweisbar ist.

Bei den komparativen bzw. drittengleichen Prädikatoren ist die Ausgangslage anders: Eine erste Gegebenheit steht zu einer zweiten sowie zu einer dritten in der Relation bzw. eine erste Gegebenheit steht zu einer zweiten und eine dritte steht ebenfalls zu der zweiten in der Relation; sind dann auch die im Antezedens nur über ein ›Drittes‹ Verknüpften durch die Relation im Sukzedens direkt verbunden, dann liegt Komparativität bzw. Drittengleichheit vor. Es <u>ist</u> X <u>rechts</u>- resp. <u>linkskomparativ in</u> *S* genau dann, wenn die Universalaussagen $\bigwedge\omega\bigwedge\xi\bigwedge\zeta$ $(\omega \mathrm{X} \xi \wedge \zeta \mathrm{X} \xi \rightarrow \omega \mathrm{X} \zeta)$ bzw. $\bigwedge\omega\bigwedge\xi\bigwedge\zeta$ $(\xi \mathrm{X} \omega \wedge \xi \mathrm{X} \zeta \rightarrow \omega \mathrm{X} \zeta)$ in *S* beweisbar sind.

Beispiele für Intransitivität sind die Prädikatoren ‘..ist(-direkter)-Nachfolger-von..’ oder ‘..ist-Elter-von..’. Die Prädikatoren ‘..ist-kardinaläquivalent..’, ‘..ist-gleichalt..’, ‘..ist-gleichgroß..’ sind transitiv, zirkulär, links- und rechtskomparativ. Dahingegen exemplifizieren die Redeteile ‘..>..’,

'..ist-schwerer-als..' zwar Transitivität, nicht aber die drei übrigen Eigenschaften. So ist '5 > 3' und '5 > 2', ohne dass damit auch schon '2 > 3' oder '2 > 5' wahr wäre.

Die beiden soeben betrachteten Beispielgruppen legen die Vermutung nahe, dass Transitivität, Zirkularität, Links- und Rechtskomparativität zusammenfallen, falls der betrachtete Prädikator X symmetrisch ist: Wenn X in *S* symmetrisch ist, dann gilt: X ist in *S* transitiv genau dann, wenn X in *S* linkskomparativ ist; genau dann, wenn X in *S* rechtskomparativ ist, genau dann, wenn X in *S* zirkulär ist. Für den Beweis dieser Behauptung wird neben der Voraussetzung insbesondere die Kommutativität des Konjunktors benötigt.

An dieser Stelle soll auch die Frage neuerlich aufgenommen werden, wie man die Irreflexivität verstärken muss, um die Asymmetrie zu erzwingen: Wenn X sowohl irreflexiver als auch transitiver Prädikator ist, dann ist X auch asymmetrischer Prädikator. Der Kern des Beweises rekurriert auf die Tatsache, dass die Aussage $\bigwedge\xi\bigwedge\omega\ (\xi\ \mathrm{X}\ \omega \rightarrow \neg\ \omega\ \mathrm{X}\ \xi\ )$ eine Konsequenz der Aussagenklasse $\{\bigwedge\xi \neg\ \xi\ \Pi\ \xi,\ \bigwedge\omega\bigwedge\xi\bigwedge\xi\ (\omega\ \mathrm{X}\ \xi \wedge \xi\ \mathrm{X}\ \xi \rightarrow \omega\ \mathrm{X}\ \xi)\}$ ist.

Ü 8 a) Zeigen Sie, dass Links- und Rechtskomparativität voneinander unabhängige Eigenschaften sind, d.h. dass die definierenden Formeln sich gegenseitig nicht entscheiden!

b) Beweisen Sie die im Text formulierte Tatsache, dass Transitivität, Zirkularität, Rechtskomparativität und Linkskomparativität bei Gegebenheit von Symmetrie zusammenfallen!

c) In welchem Sinne ist die Frage nach Transitivität, Intransitivität und Zirkularität von Prädikatoren X trivial, für die die Aussage $\neg \bigvee\xi\ (\bigvee\omega\ \omega\ \mathrm{X}\ \xi \wedge \bigvee\omega\ \xi\ \mathrm{X}\ \omega)$ gilt?

6.2.4.4. Die Konnexitätsgruppe

Die für die Konnexität einschlägige Frage lautet: Stehen (höchstens) zwei beliebige Gebilde eines Gebietes Φ in wenigstens einer Richtung zueinander in der X-Relation? Es ist ein Prädikator X <u>in *S* strikt konnex auf</u> Φ genau dann, wenn die Universalaussage $\bigwedge\omega\bigwedge\xi\ (\Phi(\omega) \wedge \Phi(\xi) \rightarrow \omega\ \mathrm{X}\ \xi \vee \xi\ \mathrm{X}\ \omega)$ in *S* wahr ist. Anders formuliert: Wenn eine beliebige Φ-Gegebenheit zu einer beliebigen Φ-Gegebenheit nicht in X steht, dann steht die zweite zur ersten in X. Wenn X streng konnex auf Φ ist, dann ist X auch reflexiv auf Φ. Wie die folgende schematische Ableitung zeigt, ist nämlich die Aussage $\bigwedge\xi\ (\Phi(\xi) \rightarrow \xi\ \mathrm{X}\ \xi)$ eine Konsequenz aus $\{\bigwedge\omega\bigwedge\xi\ (\Phi(\omega) \wedge \Phi(\xi) \rightarrow \omega\ \mathrm{X}\ \xi \vee \xi\ \mathrm{X}\ \omega)\}$.

[11]	1	Sei_1	$\bigwedge\omega\bigwedge\xi\ (\Phi(\omega) \wedge \Phi(\xi) \rightarrow \omega\ \mathrm{X}\ \xi \vee \xi\ \mathrm{X}\ \omega)$
	2	$\mathrm{Sei}_{1,2}$	$\Phi(\beta)$

3	$\text{Also}_{1,2}$	$\Phi(\beta) \wedge \Phi(\beta)$
4	$\text{Also}_{1,2}$	$\beta \mathrm{X} \beta \vee \beta \mathrm{X} \beta$
5	$\text{Also}_{1,2}$	$\beta \mathrm{X} \beta$
6	Also_{1}	$\Phi(\beta) \rightarrow \beta \mathrm{X} \beta$
7	Also_{1}	$\bigwedge\omega\ (\Phi(\omega) \rightarrow \omega \mathrm{X} \omega)$

Der Kern der Begründung ist dieser: Da beliebig gegriffene Φ-Gebilde in wenigstens einer Richtung in X stehen, steht ein einziges, aber zweimal gegriffenes Gebilde in jedem Fall zu sich in der Beziehung.

Es ist X ein auf Φ konnexer Prädikator in *S* genau dann, wenn die Universalaussage $\bigwedge\omega\bigwedge\xi$ $(\Phi(\omega) \wedge \Phi(\xi) \rightarrow \omega \mathrm{X} \xi \vee \omega = \xi \vee \xi \mathrm{X} \omega)$ in *S* wahr ist. Die Konnexität ist eine Abschwächung der strikten Konnexität, insoweit das Sukzedens eine dritte Option enthält. Gemeinsam mit der Reflexivität erzwingt sie jedoch die strikte Konnexität.

Die Prädikatoren '..>..' und '..<..' sind konnex auf '..ist-eine-natürliche-Zahl'. Sie sind allerdings nicht strikt konnex: Keine natürliche Zahl steht nämlich zu sich selbst in der '..>..'- resp. '..<..'-Beziehung. Demgegenüber sind '..≥..' und '..≤..' streng konnex auf '..ist-eine-natürliche-Zahl'. – Die Bespiele geben Anlass zu folgender Konversenvermutung, die auch beweisbar ist: Wenn X_1 ein konverser Prädikator zu X_2 ist, dann gilt: X_1 ist auf Φ konnexer bzw. strikt konnexer Prädikator genau dann, wenn X_2 auf Φ konnexer bzw. strikt konnexer Prädikator ist.

Schließlich ist noch eine Abschwächung der Konnexität zu definieren, die dadurch entsteht, dass der Identitätsprädikator durch einen beliebigen zweistelligen Prädikator ersetzt wird; der definierte Prädikator wird dadurch vierstellig: X_1 ist X_2-konnex auf Φ in *S* genau dann, wenn die Universalaussage $\bigwedge\omega\bigwedge\xi\ (\Phi(\omega) \wedge \Phi(\xi) \rightarrow \omega \mathrm{X}_1 \xi \vee \omega \mathrm{X}_2 \xi \vee \xi \mathrm{X}_1 \omega)$ in *S* gilt. Es ist z.B. der Prädikator '..älter..' bzgl. des Prädikators '..gleichalt..' konnex auf '..ist-Mensch' in der deutschen Gebrauchssprache.

Mit Blick auf die Ordnungsprädikatoren ist ein letzter Begriff zu charakterisieren: Es ist X_1 in *S* X_2-extensionaler Prädikator genau dann, wenn die Universalaussage $\bigwedge\xi_1\bigwedge\omega_1\bigwedge\xi_2\bigwedge\omega_2$ $(\xi_1 \mathrm{X}_2 \omega_1 \wedge \xi_2 \mathrm{X}_2 \omega_2 \wedge \xi_1 \mathrm{X}_1 \xi_2 \rightarrow \omega_1 \mathrm{X}_1 \omega_2)$ in *S* gilt. Es ist z.B. der Kleiner- oder der Größerprädikator ein zum Identitätsprädikator extensionaler Prädikator. Ebenso ist etwa der Schwerer-Prädikator ein zum Gleichschwer-Pädikator extensionaler Prädikator.

Ü 9 a) Konnexität und Reflexivität erzwingen strikte Konnexität.

aa) Geben Sie eine korrekte Formulierung dieses intuitiv artikulierten Sachverhalts!

ab) Liefern Sie einen Beweis!

b) Beweisen Sie die oben formulierte Konversenvermutung!

c) Suchen Sie je zwei Beispiele für strikt konnexe, konnexe und X-konnexe Prädikatoren!

6.2.4.5. Die Deutigkeitsgruppe

Im Deutigkeitsszenario betrachtet man, ebenso wie bei den Transitivitätseigenschaften, (höchstens) drei beliebige Gegebenheiten, so aber, dass auf der linken bzw. auf der rechten Seite der X-Relation dasselbe Relatum steht; gefragt wird dann danach, ob die beiden übrigen Relata identisch sind. Bei bejahender Antwort steht zu selbigem Relatum höchstens eine Gegebenheit in der Relation bzw. steht selbiges Relatum zu höchstens einer Gegebenheit in der Relation; im ersten Fall liegt Links-, im zweiten Fall liegt Rechtseindeutigkeit vor.

Genauer (und unter Umsteuerung bei der informellen Erläuterung unvermeidbarer Inkorrektheiten): Ein – auch hier zweistelliger – Prädikator X <u>ist in</u> *S* <u>linkseindeutig</u> genau dann, wenn die Universalaussage $\bigwedge\omega\bigwedge\xi\bigwedge\zeta\ (\omega \mathrm{X} \zeta \wedge \xi \mathrm{X} \zeta \rightarrow \omega = \xi)$ in *S* wahr ist; zu beliebigem ζ steht also allenfalls eine Gegebenheit in X. Es <u>ist</u> X hingegen <u>rechtseindeutig in</u> *S* genau dann, wenn die Universalaussage $\bigwedge\omega\bigwedge\xi\bigwedge\zeta\ (\zeta \mathrm{X} \omega \wedge \zeta \mathrm{X} \xi \rightarrow \omega = \xi)$ in *S* beweisbar ist; beliebiges ζ steht mithin zu allenfalls einer Gegebenheit in X.

Die Prädikatoren '..ist-Mutter-von..' und '..ist-Vater-von..' sind in der biologischen Verwandtschaftssprache linkseindeutig, aber nicht rechtseindeutig; es kann nämlich eine Mutter bzw. ein Vater mehrere Kinder haben. Ebenso stellt der Prädikator '..ist-Preis-von..' in der ökonomischen Sprache einen links-, aber keinen rechtseindeutigen Prädikator dar; es können nämlich verschiedene Waren mit demselben Preis ausgezeichnet sein. – Die Prädikatoren '..ist-geboren-am..' und '..ist-geboren-in..' sind Beispiele für rechtseindeutige Prädikatoren in der Gebrauchssprache. Sie sind jedoch nicht linkseindeutig; denn es können verschiedene Lebewesen am selben Ort und zur selben Zeit geboren sein.

Manche Prädikatoren sind sowohl links- wie auch rechtseindeutig, z.B. '..ist-Fingerabdruck-von..', '..ist-Geburtsregisternummer-von..', '..ist-Nachfolger-von..', aber auch '..=..'. Es wird definiert: X <u>ist eineindeutig in</u> *S* genau dann, wenn X in *S* sowohl links- als auch rechtseindeutig ist. X <u>ist in</u> *S* hingegen <u>eindeutig</u> genau dann, wenn X in *S* links- oder rechtseindeutig ist. – Der Vollständigkeit halber sei darauf hingewiesen, dass es auch Prädikatoren gibt, die nicht eindeutig sind, also weder links- noch rechtseindeutig. Beispiele für solche mehrmehrdeutigen

Prädikatoren wären etwa aus der Gebrauchssprache '..ist-befreundet-mit..' oder '..ist-sympathischer-als..'. Der Größer- und der Teilklassenprädikator exemplifizieren in der mathematischen Sprache Mehrmehrdeutigkeit.

Wenn X_1 ein in *S* links-, rechts-, einein- resp. eindeutiger Prädikator ist und X_2 in *S* Subprädikator von X_1, dann ist auch X_2 ein in *S* links-, rechts-, einein- resp. eindeutiger Prädikator. Sei zunächst $X_1°$ ein in S linkseindeutiger Prädikator; dann ist definitionsgemäß $\bigwedge\omega\bigwedge\xi\bigwedge\zeta\ (\omega\ X_1°\ \zeta \wedge \xi\ X_1°\ \zeta \rightarrow \omega = \xi)$ in S wahr. Sei ferner $X_2°$ Subprädikator von $X_1°$ in S; dann ist die Aussage $\bigwedge\xi\bigwedge\zeta\ (\xi\ X_2°\zeta \rightarrow \xi X_1°\zeta)$ in S wahr. Nun ist aber die Definitionsformel für die Linkseindeutigkeit von $X_2°$, also die Aussage $\bigwedge\omega\bigwedge\xi\bigwedge\zeta\ (\omega\ X_2°\ \zeta \wedge \xi\ X_2°\ \zeta \rightarrow \omega = \xi)$, eine Konsequenz aus der Klasse der bei der Voraussetzungsauflösung erwähnten Aussagen. Mithin ist $X_2°$ linkseindeutig in S. – Die Rechtseindeutigkeit wird analog begründet; Eindeutigkeit und Eineindeutigkeit ergeben sich aus den Resultaten für Links- und Rechtseindeutigkeit.

Zwei weitere Tatsachen sind festzuhalten: Wenn X_1 ein in *S* links-, rechts-, einein- resp. eindeutiger Prädikator ist und X_2 in *S* ein zu X_1 konverser Prädikator ist, dann ist X_2 ein in *S* rechts-, links-, einein- resp. eindeutiger Prädikator; so ist z.B. '..ist-Mutter-von..' linkseindeutig und der Prädikator '..hat-zum-weiblichen-Elternteil..' ist rechtseindeutig. – Wenn X_1 sowie X_2 in *S* links-, rechts- resp. eineindeutige Prädikatoren sind, dann ist $\mathbf{I}\xi,\omega\ (\bigvee\zeta\ (\omega\ X_1\ \zeta \wedge \zeta\ X_2\xi)$ (..,..) ebenfalls links-, rechts- resp. eineindeutiger Prädikator in *S*. Es sind z.B. '..ist-Mutter-von..' und '..ist-Vater-von..' linkseindeutige Prädikatoren der biologischen Verwandtschaftssprache; damit ist auch '$\mathbf{I}x,y\ (\bigvee z\ (x$ ist Mutter von $z \wedge z$ ist Vater von y)) (..,..)', definitorisch abgekürzt durch '..ist-Großmutter-väterlicherseits-von..', ein linkseindeutiger Prädikator.

Ü 10 a) Suchen Sie aus einer Sprache Ihrer Wahl je zwei Beispiele für links-, rechts- und eineindeutige Prädikatoren!

b) Beweisen Sie für eine Deutigkeitseigenschaft das Konversenlemma!

6.2.4.6. Gleichheitsprädikatoren

Einzelne Prädikatoren können Eigenschaften der verschiedenen Gruppen auf sich vereinigen. Es wurde schon dargelegt, dass asymmetrische Prädikatoren auch irreflexiv sein müssen und dass Transitivität und Irreflexivität Asymmetrie nach sich zieht. Von besonderem Interesse sind u.a. solche Prädikatoren, die auf Φ geschlossen und reflexiv sind, ferner symmetrisch und transitiv; diese Redeteile nennt man auch Gleichheits- oder Äquivalenzprädikatoren.

Das besondere Interesse beruht auf (wenigstens) zwei Umständen: Zum einen finden sich Gleichheitsprädikatoren in allen Bereichen an ausgezeichneter Stelle. Dies mag repräsentativ und in materialer Sprechweise belegt werden: Die Verwendungsgleichheit resp. Synonymie zwischen Ausdrücken, die Beschreibungsgleichheit zwischen Aussagen, die Bezeichnungsgleichheit zwischen Nominatoren, die Vollzugsgleichheit zwischen Einzelhandlungen, die Typgleichheit unter Zeichentoken sind Beispiele (vornehmlich) aus der (Sprach)Philosophie. Die Zählgleichheit zwischen Ziffern, die Koextensität zwischen Prädikatoren, die Gleichmächtigkeit zwischen Klassen, die Parallelität zwischen Geraden sind Beispiele aus der Mathematik. Die Gewichtsgleichheit zwischen Körpern, die Gleichzeitigkeit zwischen Ereignissen, die Artgleichheit von Lebewesen, die Längengleichheit von kantentragenden Körpern, die Stoffgleichheit von Proben sind Beispiele aus den Naturwissenschaften.

Zum anderen geben derartige Gleichheiten Anlass zu einem ›Übergang‹ zu (sogenannten) ›Abstrakta‹: von der Synonymie zur Bedeutung, von der Beschreibungsgleichheit zum Sachverhalt, von der Bezeichnungsgleichheit zum Gegenstand, von der Vollzugsgleichheit zum Handlungsschema, von der Typgleichheit zum Zeichentyp, von der Zählgleichheit zur Zahl, von der Koextensität zur Klasse/Extension, von der Gleichmächtigkeit zur Anzahl, von der Parallelität zur Richtung, von der Gewichtsgleichheit zum Gewicht, von der Gleichzeitigkeit zum Zeitpunkt, von der Artgleichheit zur Art, von der Längengleichheit zu Längen, von der Stoffgleichheit zu Stoffen.

Der Übergang zu den Abstrakta wird hier nicht behandelt, aber im Zusammenhang mit der Behandlung des Universalien (↑6.3.3) exemplarisch vollzogen. An dieser Stelle geht es nur um eine vielseitige Charakterisierung der Gleichheitsprädikatoren. Diese beruht auf folgendem <u>Hauptsatz der Gleichheitslehre</u>:

[12] Wenn *S* eine Sprache erster Stufe ist und X ein zweistelliger Prädikator von *S* und Φ ein einstelliger Prädikator von *S* ist, dann gilt:

Die Aussage $\bigwedge\omega\bigwedge\xi\ (\omega\ \mathrm{X}\ \xi \leftrightarrow \Phi(\omega) \wedge \Phi(\xi) \wedge \bigwedge\zeta(\xi\ \mathrm{X}\ \omega \leftrightarrow \zeta\ \mathrm{X}\ \xi))$ ist in *S* wahr

gdw

X ist geschlossen auf Φ in *S* und X ist reflexiv auf Φ in *S* und X ist rechtskomparativ in *S*

gdw

X ist geschlossen auf Φ in *S* und X ist reflexiv auf Φ in *S* und X ist linkskomparativ in *S*

gdw

X ist geschlossen auf Φ in *S* und X ist reflexiv auf Φ in *S* und X ist zirkulär in *S*

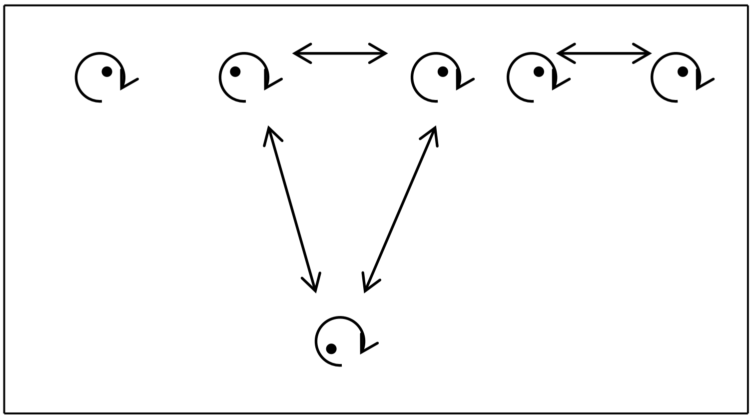
gdw

X ist geschlossen auf Φ in *S* und X ist reflexiv auf Φ in *S* und X ist symmetrisch in *S* und X ist transitiv in *S*

Die geläufigste und oben schon erwähnte Definition der Gleichheitsprädikatoren lautet: X ist in *S* Gleichheitprädikator auf Φ genau dann, wenn X in *S* geschlossener Prädikator auf Φ ist und X ist in *S* reflexiver Prädikator auf Φ und X ist in *S* symmetrischer und transitiver Prädikator. Zufolge des Hauptsatzes könnte man auch eine der vier anderen Bisubjunkte als Definiens wählen. – Wenn X_1 Gleichheitprädikator auf Φ in *S* ist und X_2 zu X_1 konverser Prädikator in *S* ist, dann ist auch X_2 in *S* Gleichheitprädikator auf Φ.

Für Gleichheiten ergibt sich (bei Wahl von überschaubar wenigen Φ-Dingen) folgende Pfeilfigur:

[13]



Gleichheiten neigen ersichtlich zu maximaler Gruppen- bzw. Zellenbildung: Alle Mitglieder der Zelle stehen untereinander in der Gleichheit, jedoch zu keinem Mitglieder einer anderen Zelle. Dieser Aspekt kommt sehr klar in der LR-Lesung der ersten Charakterisierung zum Ausdruck:

Wenn ein ϑ_1-Gegenstand zu einem ϑ_2-Gegenstand in X steht, dann gilt für beliebige Gebilde, dass sie genau dann zu ϑ_1 in X stehen, wenn sie auch zu ϑ_2 in X stehen. Anders: Stehen Gebilde zueinander in X, dann verhalten sie sich zu allen Gegebenheiten auf der X-Schiene gleich.

Der erwähnte Abstraktionsschritt besteht nun darin, dass man den Mitgliedern einer Zelle jeweils das selbe Abstraktum zuordnet, z.B. den jeweils gewichtsgleichen Körpern dasselbe Gewicht und den jeweils synonymen Ausdrücken dieselbe Bedeutung. Die verschiedenen Abstraktionsverfahren unterscheiden sich (u.a.) in der Regulierung dieses Übergangs. Im Zuge der klassensprachlichen Abstraktion wird das Abstraktum z.B. mit der jeweiligen Äquivalenzklasse identifiziert. Die Bedeutung eines Ausdrucks μ ist dann die Klasse der zu μ bedeutungsgleichen Ausdrücke.

Totale Gleichheiten entbehren der Φ-Beschränkung: Es <u>ist</u> X <u>totaler Gleichheitsprädikator in</u> *S* genau dann, wenn X totalreflexiver, symmetrischer und transitiver Prädikator in *S* ist; das ist wiederum genau dann der Fall, wenn X totalreflexiver und linkskomparativer Prädikator in *S* ist bzw. wenn X totalreflexiver und zirkulärer Prädikator in *S* ist; das trifft wiederum genau dann zu, wenn die Aussage $\bigwedge\omega\bigwedge\xi\ (\omega\ \mathrm{X}\ \xi \leftrightarrow \bigwedge\zeta\ (\zeta\ \mathrm{X}\ \omega \leftrightarrow \zeta\ \mathrm{X}\ \xi)$ in *S* wahr ist. – Beispiele für totale Gleichheitsprädikatoren sind die Identitätsprädikatoren in jeder Sprache sowie der Prädikator '..ist-gleichmächtig-mit..' in Klassensprachen. Der Identitätsprädikator in einer Sprache ist Subprädikator eines jeden totalreflexiven Prädikators in dieser Sprache.

Ü 11 a) Suchen Sie wenigstens vier weitere Gleichheitsprädikatoren!

b) Beweisen Sie den Hauptsatz der Gleichheitslehre!

6.2.4.7. Ordnungsprädikatoren

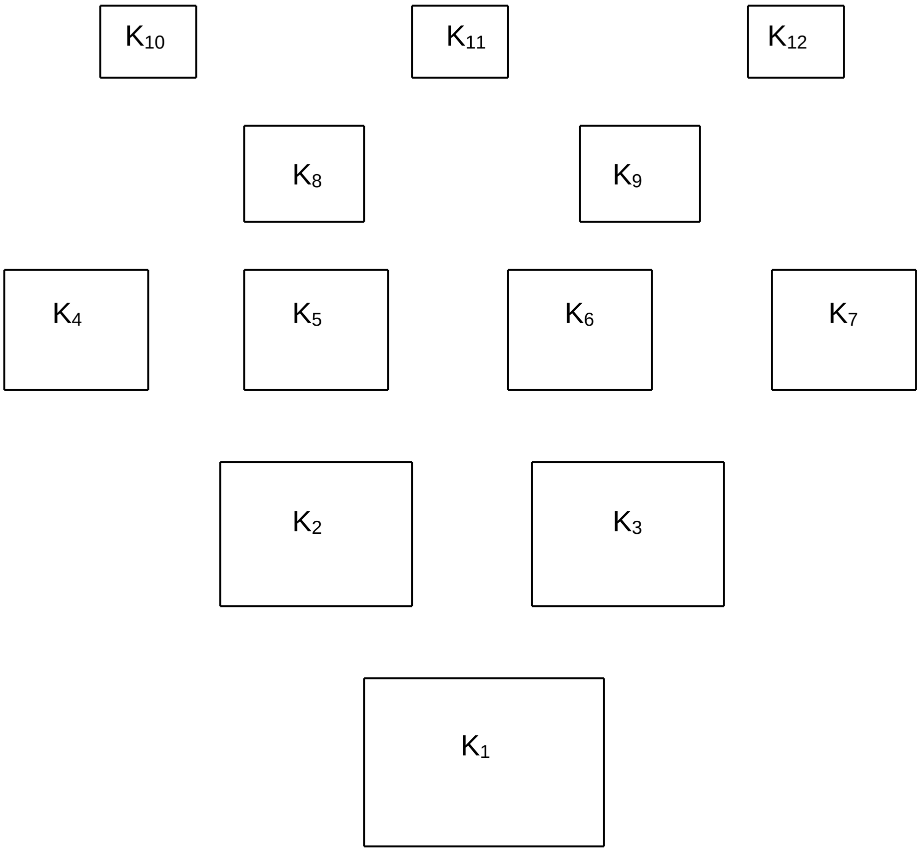
Ein zweistelliger Prädikator X einer Sprache *S* <u>ist ein partieller Ordnungsprädikator</u> genau dann, wenn X in *S* antisymmetrisch und transitiv ist, wenn also die Aussagen $\bigwedge\xi\bigwedge\omega\ (\omega\ \mathrm{X}\ \xi \wedge \xi\ \mathrm{X}\ \omega \rightarrow \omega = \xi)$ und $\bigwedge\xi\bigwedge\omega\bigwedge\zeta\ (\omega\ \mathrm{X}\ \xi \wedge \xi\ \mathrm{X}\ \zeta \rightarrow \omega\ \mathrm{X}\ \zeta)$ in *S* gelten. X <u>ist in</u> *S* <u>ein totaler Ordnungsprädikator auf</u> Φ genau dann, wenn X in *S* partieller Ordnungsprädikator ist und wenn X zudem auf Φ konnex ist, wenn also $\bigwedge\omega\bigwedge\xi\ (\Phi(\omega) \wedge \Phi(\xi) \rightarrow \omega\ \mathrm{X}\ \xi \vee \omega = \xi \vee \xi\ \mathrm{X}\ \omega)$ in *S* wahr ist, und wenn X auf Φ in *S* geschlossen ist.

Der Teilklassenprädikator '..$\subseteq$..' und der Kleinergleichprädikator '..$\leq$..' exemplifizieren partielle Ordnungsprädikatoren, die zusätzlich totalreflexiv bzw. auf geeignet gewählten Prädikatoren reflexiv sind. '..$\leq$..' ist zudem ein totaler Ordnungsprädikator auf 'Natürliche-Zahl(..)', weil die Aussage '$\bigwedge x\bigwedge y$ (Natürliche-Zahl(x) $\wedge$ Natürliche-Zahl(y) $\rightarrow x \leq y \vee x = y \vee y \leq x$)' in der arithmetischen Sprache wahr ist und ferner Geschlossenheit auf 'Natürliche-Zahl(..)' vorliegt. Eine entsprechende Konnexitätseigenschaft gilt hingegen nicht für den Teilklassenprädikator, weil Klassen z.B. auch kein Element gemeinsam haben können und deshalb weder Identität noch Teilklassenschaft in eine Richtung vorliegt. Der echte Teilklassenprädikator '..$\subset$..' und der Kleinerprädikator '..<..' stellen ebenfalls partielle Ordnungsprädikatoren dar. '..<..' ist zudem totaler Ordnungsprädikator auf 'Natürliche-Zahl(..)'; der (echte) Teilklassenprädikator ist hingegen kein totaler Ordnungsprädikator. – Die Elemente der ersten Beispielgruppe sind zusätzlich reflexiv, die der zweiten sind irreflexiv. Reflexivität und Irreflexivität tragen nichts zum Ordnungscharakter eines Prädikators bei; desungeachtet bilden reflexive und irreflexive Prädikatoren die hauptsächlich untersuchten Ordnungsprädikatoren.

Es formt X_1 <u>mit</u> X_2 <u>auf</u> Φ <u>in</u> *S* <u>eine Quasireihe</u> genau dann, wenn X_2 auf Φ ein Gleichheitsprädikator in *S* ist, X_1 in *S* bzgl. Φ geschlossen ist, X_1 transitiv in *S* ist und ferner X_1 in *S* X_2-antisymmetrisch, X_2-konnex und X_2-extensional ist. So bildet etwa 'Ist-Schwerer-als(..,..)' mit 'Ist-Gleichschwer(..,..)' auf 'Ist-wägbarer-Gegenstand(..)' in der physikalischen Sprache eine Quasireihe, denn: 'Ist-Gleichschwer(..,..)' ist Gleichheitsprädikator auf 'Ist-wägbarer-Gegenstand(..)', 'Ist-Schwerer-als(..,..)' ist geschlossen auf 'Ist-wägbarer-Gegenstand(..)', d.h. alles, was in der Schwerer-Beziehung steht, ist ein wägbarer Körper, 'Ist-Schwerer-als(..,..)' ist transitiv, und ferner gelten in der physikalischen Sprache folgende Aussagen: '$\bigwedge x \bigwedge y$ (Ist-Schwerer-als(x, y) $\wedge$ Ist-Schwerer-als(y, x) $\rightarrow$ Ist-Gleichschwer(x, y))' (=Antisymmetrie), '$\bigwedge x \bigwedge y$ (Wägbarer-Körper(x) $\wedge$ Wägbarer-Körper(y) $\rightarrow$ Schwerer-als(x, y) $\vee$ Ist-Gleichschwer(x, y) $\vee$ Schwerer-als(y, x))' (=Konnexität), '$\bigwedge x \bigwedge y \bigwedge z \bigwedge u$ (Ist-Gleichschwer(x, y) $\wedge$ Ist-Gleichschwer(z, u) $\wedge$ Schwerer-als(x, z) $\rightarrow$ Schwerer-als(y, u))' (=Extensionalität). – Auch der Prädikator 'Nicht-leichter-als(..,..)' bildet mit 'Ist-Gleichschwer(..,..)' eine Quasireihe.

Die begrifflich dargestellten Verhältnisse sollen im (modifizierten) Pfeildiagramm visualisiert werden. Dazu wird das Universum der wägbaren Körper auf zwölf beschränkt; der Gleichheitsprädikator wird durch das Angeordnetsein der jeweils gleichschweren Körper auf einer Ebene signalisiert; Körper auf einer Ebene bilden also die Gleichheitszellen. Der Schwererprädikator wird durch das Angeordnetsein auf einer tieferen Ebene signalisiert: Liegt K_i tiefer K_j, dann ist K_i schwerer als K_j. Dabei ist das Tieferliegen nicht nur das unmittelbare, sondern auch das vermittelte Tieferliegen:

[14]



Der Φ-Prädikator dieser Quasireihe ist so umrissen, dass alle und nur die $K_1,...,K_{12}$ dazugehören. In der Schwererrelation stehen z.B. K_8 zu K_{10} und K_1 zu allen übrigen Körpern. In der Gleichschwerbeziehung stehen z.B. K_4 zu K_7 und K_2 zu sich selbst. Der Schwererprädikator bildet den Reihenteil. Zu den Eigenschaften, die den Reihen- und den Gleichheitsteil verbinden: Die Antisymmetrie gilt trivial: Für kein K_i und K_j gilt, dass K_i schwerer ist als K_j und umgekehrt. Die Konnexität: Für beliebige Körper gilt, dass der eine schwerer, gleichschwer oder leichter ist als der andere; bei K_1 und K_8 tritt der erste, bei K_1 und K_5 der zweite und bei K_6 und K_3 der dritte Fall ein. Die Extensionalität: Es ist K_8 gleichschwer K_9 und K_2 gleichschwer K_3 sowie K_2 schwerer als K_8; damit ist auch K_3 schwerer als K_9.

Die Struktur der Quasireihe findet sich in allen Bereichen: So formen z.B. 'Reicher-als(..,..)', 'Intellegenter-als(..,..)', 'Empfindlicher-als(..,..)', 'Älter-als(..,..)' mit 'Ebenso-reich-wie(..,..)', 'Ebenso-intellegent-wie(..,..)', 'Ebenso-empfindlich-wie(..,..)', 'Ebenso-alt-wie(..,..)' auf 'Ist-Mensch(..)' eine Quasireihe. Es verwundert daher nicht nur nicht, sondern es ist vielmehr ein Gebot der intellektuellen Ökonomie, derartige Strukturen als solche (und nicht als einzelne) zu untersuchen; das geschieht in der (alte Terminologie) metaphysica generalis bzw. in der (neue Sprechweise) (Struktur)Mathematik. Solche Überlegungen schaffen zugleich die (strukturellen) Grundlagen für die Metrisierung, eine spezielle Form der Begriffsbildung, die der Messpraxis, der Messung, zugrunde liegt.

Früher wurden konträre Prädikatorenpaare Φ, Ψ so charakterisiert, dass sie nicht zusammen auf einen Gegenstand bzw. eine Gegenstandssequenz zutreffen können (↑6.2.3). Ein Spezialfall konträrer Prädikatoren sind die polarkonträren, die an die Quasireihenprädikatoren rückgebunden sind.

Die Intuition: Sei eine Quasireihe durch die Reihen- und die Gleichheitsrelation gegeben; dann kann man zwei einander gegenüberstehende ›polare‹ Eigenschaften dadurch bestimmen, dass man im unteren resp. oberen Segment der Quasireihe je einen Gegenstand auswählt und die Eigenschaft dann zuschreibt, wenn ein Reihen- oder Gleichheitsverhältnis zu dem ausgewählten Gegenstand besteht. Dabei ist für die Polarität wichtig, dass ein ›Abstand‹ zwischen den Standardgegenständen besteht, dass also wenigstens eine ›Schicht‹ zwischen den Standardgegenständen liegt.

Ein Beispiel: Gelten etwa die Aussagen '$\bigwedge x$ (Schwer(x) $\leftrightarrow$ Gleichschwer(x, K_3) $\vee$ Schwerer(x, K_3))' sowie '$\bigwedge x$ (Leicht(x) $\leftrightarrow$ Gleichschwer(x, K_9) $\vee$ Schwerer(K_9, x))', dann sind 'Schwer(..)' und 'Leicht(..)' polarkonträre Prädikatoren relativ auf die exemplarischen Quasireihenprädikatoren. Die K_4-Schicht sichert in diesem Fall die Polarität: Es gibt Körper, die weder leicht noch schwer sind.

Weitere Beispiele wären etwa (bei Unterstellung einer geeigneten Quasireihe) 'Klein(..)' und 'Groß(..)', 'Kurz(..)' und 'Lang(..)', 'Gut(..)' und 'Schlecht(..)', 'Heiß(..)' und 'Kalt(..)', 'Jung(..)' und 'Alt(..)'. – Eine präzise Charakterisierung polarkonträrer Prädikatorenpaare bedürfte weiterer Redemittel, die in diesem Rahmen nur umständlich bereitzustellen sind (↑Zusatz: Zum Darstellungsrahmen).

Die informelle Charakterisierung polarkonträrer Prädikatoren genügt allerdings schon, um eine weitere Taktik zur Inkonsistenzbeseitigung bereitzustellen: Wird etwa auf 'Schwer(dies-da)' und 'Leicht(dies-da)' erkannt, damit aber wegen '$\bigwedge x$ (Schwer(x) $\rightarrow \neg$ Leicht(x))' 'Leicht(dies-da)' und '$\neg$ Leicht(dies-da)' in Kauf genommen, dann ist zu überprüfen, ob die beteiligten Parteien die maßgeblichen Standardgegenstände übereinstimmend gewählt haben. – Eine weiter Fehlerquelle ist die (unzulässige) Mehrfachbestimmung: 'Schwer(..)' und 'Leicht(..)' werden zunächst vor der Etablierung von 'Schwerer(..,..)' und 'Gleichschwer(..,..)' bestimmt oder in bestimmter Weise verwendet, um später mit Rückgriff auf die Quasireihe charakterisiert zu werden. Ein solches Vorgehen wäre nur zulässig, wenn man im Anschluss an die zweite Charakterisierung einen entsprechenden Verträglichkeitsnachweis führt (↑11).

Der Kontext gibt Anlass, auf eine weitere Inkonsistenzgenese hinzuweisen, die sich dem Wechsel und dem anschließenden Ineinanderschieben der durch Φ angegebenen Grundbereiche verdankt: Der Dackel Siggi ist schwer, der Elefant Willi ist leicht. Was schwer ist, ist schwerer als alles, was leicht ist. Also ist der Dackel Siggi schwerer als der Elefant Willi. Das wiederum trifft nicht zu: Widerspruch! Die Lösung ist klar. Die polarkonträren Prädikatoren sind auf Quasireihen mit verschiedenem, durch 'Dackel(..)' und 'Elefant(..)' charakterisierten, Grundbereich bezogen. Die Weglassung des Grundbereichs bleibt unproblematisch, solange die Redeumgebung erkennen lässt, von welchen Dingen das Schwer- bzw. das Leichtsein ausgesagt wird; das unbemerkte Ineinanderschieben der Grundbereiche zeitigt hingegen Inkonsistenz.

Ü 12 a) Suchen Sie fünf weitere Beispiele für Quasireihen!

b) Suchen Sie vier weitere polarkonträre Prädikatorenpaare!

c) Beweisen Sie folgendes Theorem: X ist in *S* genau dann ein totaler Ordnungsprädikator auf Φ, wenn X mit $\mathsf{I}\xi\omega\,(\xi = \omega \wedge \Phi(\xi))$ (..,..) auf Φ in *S* eine Quasireihe bildet.

d) Untersuchen Sie die strukturbezogenen Eigenschaften sowie die systembezogenen Zusammenhänge der Längenrede, also der Prädikatoren '..ist-gleichlang-wie..', '..ist-länger-als..', '..ist-höchstens-so-lang-wie..', '..ist-mindestens-so-lang-wie..', '..ist-gleichkurz-wie..', '..ist kürzer-als..', '..ist-höchstens-so-kurz-wie..', '..ist-mindestens-so-kurz-wie..'; dabei fungiere '..ist-kantentragender-Körper' als Bereichsprädikator! – Suchen Sie ferner die (zahlreichen) gebrauchssprachlichen Synonyme zu diesen Redeteilen!

6.2.5. Tafel der exemplar-, system- und strukturbezogenen Definitionen

Die nachfolgende Liste präsentiert die Definitionen der Abschnitte 6.2.2 bis 6.2.4 zur besseren Übersicht. Es handelt sich durchweg um bedingte Charakterisierungen. Jede Bedingung gilt bis zur nächsten:

Wenn *S* eine Standardsprache erster Stufe und Φ ein *n*-stelliger Prädikator von *S* ist, dann:

Φ <u>ist in</u> *S* <u>exemplifizierbarer Prädikator</u>

gdw

die Partikularaussage $\bigvee\xi_1 ... \bigvee\xi_n\, \Phi(\xi_1, ..., \xi_n)$ ist in *S* wahr

Φ <u>ist in</u> *S* <u>exempelfreier Prädikator</u>

gdw

die Negation $\neg \bigvee\xi_1 ... \bigvee\xi_n\, \Phi(\xi_1, ..., \xi_n)$ ist in *S* wahr

Φ ist in *S* gegenexemplifizierbarer Prädikator

gdw

die Partikularquantifikation $\bigvee\xi_1 ... \bigvee\xi_n \neg \Phi(\xi_1, ..., \xi_n)$ ist in *S* wahr

Φ ist in *S* universalexemplifizierbarer Prädikator

gdw

die Universalaussage $\bigwedge\xi_1 ... \bigwedge\xi_n \Phi(\xi_1, ..., \xi_n)$ ist in *S* wahr

Φ ist in *S* extremer Prädikator

gdw

Φ ist universalexemplifizierbarer oder exempelfreier Prädikator in *S*

Φ ist in *S* normaler Prädikator

gdw

Φ ist exemplifizierbarer und gegenexemplifizierbarer Prädikator in *S*

Φ ist in *S* exklusiv-exemplifizierbarer Prädikator

gdw

die Einzigkeitsaussage $\mathbf{1}\xi\, \Phi(\xi)$ ist in *S* beweisbar

Wenn *S* eine Standardsprache erster Stufe ist und Φ sowie Ψ gleichstellige *n*-stellige Prädikatoren von *S* sind, dann:

Φ ist Subprädikator zu Ψ in *S*

gdw

die Universalaussage $\bigwedge\xi_1 ... \bigwedge\xi_n (\Phi(\xi_1, ..., \xi_n) \rightarrow \Psi(\xi_1, ..., \xi_n))$ ist in *S* wahr

Ψ ist Superprädikator zu Φ in *S*

gdw

Φ ist Subprädikator zu Ψ in *S*

Φ ist koextensiver bzw. koextensionaler Prädikator zu Ψ in *S*

gdw

Φ ist sowohl Sub- als auch Superprädikator von Ψ in *S*

Φ ist ein zu Ψ konverser Prädikator in *S*

gdw

die Universalaussage $\bigwedge\xi\bigwedge\omega\ (\Phi(\xi, \omega) \leftrightarrow \Psi(\omega, \xi))$ ist in *S* wahr

Φ ist Negatprädikator von Ψ in *S*

gdw

die Universalaussage $\bigwedge\xi_1...\bigwedge\xi_n\ (\Phi(\xi_1,..., \xi_n) \leftrightarrow \neg\ \Psi\ (\xi_1,..., \xi_n))$ ist in *S* wahr

Φ ist zu Ψ disjunkter bzw. konträrer Prädikator in *S*

gdw

die Negation $\neg\ \bigvee\xi_1...\bigvee\xi_n\ (\Phi(\xi_1,..., \xi_n) \wedge \Psi\ (\xi_1,..., \xi_n))$ ist in *S* wahr

Wenn *S* eine Standardsprache erster Stufe ist und Φ, Ψ und X gleichstellige *n*-stellige Prädikatoren von *S* sind, dann:

Φ ist mit Ψ ein X-exhaurierender Prädikator in *S*

gdw

die Universalaussage $\bigwedge\xi_1...\bigwedge\xi_n\ (\Phi(\xi_1,..., \xi_n) \vee \Psi(\xi_1,..., \xi_n) \leftrightarrow X(\xi_1,..., \xi_n))$ ist in *S* wahr

Φ und Ψ klassifizieren X in *S*

gdw

Φ und Ψ sind in *S* disjunkte Prädikatoren, Φ und Ψ exhaurieren in *S* X und Φ und Ψ sind in *S* exemplifizierbar

Wenn *S* eine Standardsprache erster Stufe ist und X zweistelliger Prädikator von *S* ist, dann:

X ist in *S* totalreflexiver Prädikator

gdw

die Universalaussage $\bigwedge\xi\ \xi X\xi$ ist in *S* wahr

X ist in *S* irreflexiver Prädikator

gdw

die Universalaussage $\bigwedge\xi\ \neg\ \xi X\xi$ ist in *S* wahr

Wenn *S* eine Standardsprache erster Stufe ist und Φ ein einstelliger und X ein zweistelliger Prädikator von *S* ist, dann:

X ist reflexiver Prädikator auf Φ in *S*

gdw

die Universalaussage $\bigwedge\xi\ (\Phi(\xi) \rightarrow \xi X \xi)$ ist in *S* wahr

X ist geschlossener Prädikator auf Φ in *S*

gdw

die Universalaussage $\bigwedge\xi\bigwedge\omega\ (\omega X \xi \rightarrow \Phi(\omega) \wedge \Phi(\xi))$ ist in *S* wahr

Φ ist in *S* Feldprädikator bezüglich X

gdw

die Universalaussage $\bigwedge\xi\ (\Phi(\xi) \leftrightarrow \bigvee\omega\ (\omega X \xi \vee \xi X \omega))$ ist in *S* wahr

Wenn *S* eine Standardsprache erster Stufe ist und X zweistelliger Prädikator von *S* ist, dann:

X ist symmetrischer Prädikator in *S*

gdw

die Universalaussage $\bigwedge\omega\bigwedge\xi\ (\omega X \xi \rightarrow \xi X \omega)$ ist in *S* wahr

X ist asymmetrischer Prädikator in *S*

gdw

die Universalaussage $\bigwedge\omega\bigwedge\xi\ (\omega X \xi \rightarrow \neg\ \xi X \omega)$ ist in *S* wahr

X ist antisymmetrischer Prädikator in *S*

gdw

die Universalaussage $\bigwedge\xi\bigwedge\omega\ (\xi X \omega \wedge \omega X \xi \rightarrow \omega = \xi)$ ist in *S* wahr

Wenn *S* eine Standardsprache erster Stufe ist und Φ ein einstelliger Prädikator und X, X_1 und X_2 zweistellige Prädikatoren von *S* sind, dann:

X_1 ist bezüglich X_2 antisymmetrischer Prädikator in *S*

gdw

die Universalaussage $\bigwedge\omega\bigwedge\xi\ (\xi X_1 \omega \wedge \omega X_1 \xi \rightarrow \omega X_2 \xi)$ ist in *S* wahr.

X ist strikt konnexer Prädikator auf Φ in *S*

gdw

die Universalaussage $\bigwedge\omega\bigwedge\xi\ (\Phi(\omega) \wedge \Phi(\xi) \rightarrow \omega\ X\ \xi \vee \xi\ X\ \omega)$ ist in *S* wahr

X ist auf Φ konnexer Prädikator in *S*

gdw

die Universalaussage $\bigwedge\omega\bigwedge\xi\ (\Phi(\omega) \wedge \Phi(\xi) \rightarrow \omega\ \mathrm{X}\ \xi \vee \omega = \xi \vee \xi\ \mathrm{X}\ \omega)$ ist in *S* wahr

X_1 ist X_2-konnexer Prädikator auf Φ in *S*

gdw

die Universalaussage $\bigwedge\omega\bigwedge\xi\ (\Phi(\omega) \wedge \Phi(\xi) \rightarrow \omega\ \mathrm{X}_1\ \xi \vee \omega\ \mathrm{X}_2\ \xi \vee \xi\ \mathrm{X}_1\ \omega)$ ist in *S* wahr

X_1 ist X_2-extensionaler Prädikator in *S*

gdw

die Universalaussage $\bigwedge\xi_1\bigwedge\omega_1\bigwedge\xi_2\bigwedge\omega_2\ (\xi_1\ \mathrm{X}_2\ \omega_1 \wedge \xi_2\ \mathrm{X}_2\ \omega_2 \wedge \xi_1\ \mathrm{X}_1\ \xi_2 \rightarrow \omega_1\ \mathrm{X}_1\ \omega_2)$ ist in *S* wahr

X ist linkseindeutiger Prädikator in *S*

gdw

die Universalaussage $\bigwedge\omega\bigwedge\xi\bigwedge\zeta\ (\omega\ \mathrm{X}\ \zeta \wedge \xi\ \mathrm{X}\ \zeta \rightarrow \omega = \xi)$ ist in *S* wahr

X ist rechtseindeutiger Prädikator in *S*

gdw

die Universalaussage $\bigwedge\omega\bigwedge\xi\bigwedge\zeta\ (\zeta\ \mathrm{X}\ \omega \wedge \zeta\ \mathrm{X}\ \xi \rightarrow \omega = \xi)$ ist in *S* wahr

X ist eineindeutiger Prädikator in *S*

gdw

X ist in *S* linkseindeutiger Prädikator und X ist in *S* rechtseindeutiger Prädikator

X ist eindeutiger Prädikator in *S*

gdw

X ist in *S* linkseindeutiger Prädikator oder X ist in *S* rechtseindeutiger Prädikator

X ist in *S* Gleichheitprädikator auf Φ

gdw

X ist in *S* geschlossener Prädikator auf Φ und X ist in *S* reflexiver Prädikator auf Φ und X ist in *S* symmetrischer und transitiver Prädikator

X ist totaler Gleichheitsprädikator in *S*

gdw

X ist in *S* totalreflexiver, symmetrischer und transitiver Prädikator

X <u>ist partieller Ordnungsprädikator in</u> *S*

gdw

X ist in *S* antisymmetrischer und transitiver Prädikator

X_1 <u>bildet mit</u> X_2 <u>auf</u> Φ <u>in</u> *S* <u>ein Quasireihenprädikatorensystem</u>

gdw

X_2 ist auf Φ ein Gleichheitsprädikator in *S* und X_1 ist bzgl. Φ geschlossener Prädikator in *S* und X_1 ist transitiver Prädikator in *S* und X_1 ist in *S* X_2-antisymmetrischer, X_2-konnexer und X_2-extensionaler Prädikator

X <u>ist ein totaler Ordnungsprädikator auf</u> Φ <u>in</u> *S*

gdw

X ist partieller Ordnungsprädikator in *S* und X ist auf Φ konnexer Prädikaor und X ist in *S* auf Φ geschlossener Prädikator

Bei der Analyse und der Einführung eines Prädikators lassen sich, wie früher schon angedeutet, eine Reihe von Routinefragen aufwerfen, die mit den hier zusammengefassten Definitionen gegeben sind: (i) Global: Wie verhält sich der Prädikator bezüglich Exemplifizierbarkeit? Im einzelnen: Ist er normal oder extrem? Im ersten Fall: Welche Gebilde sind z.B. Exemplare, welche sind Gegenexemplare? Ferner: Ist der Prädikator exklusiv-exemplifizierbar? Im zweiten Fall: Ist der Prädikator leer oder universal? (ii) Global: Welches ist der Ort des Prädikators im jeweiligen Prädikatorensystem? Im einzelnen: Welche Ausdrücke sind z.B. Sub- und Superprädikatoren, welche Zeichen sind z.B. koextensive Prädikatoren? Welche Gebilde sind z.B. konverse Prädikatoren? Welche Ausdrücke sind z.B. Negatprädikatoren oder konträre Prädikatoren? In welchen Klassifikationssystemen spielt der Prädikator z.B. eine Rolle? (iii) Global: Welche strukturellen Eigenschaften besitzt der Prädikator? – Im einzelnen: Wie verhält sich der Prädikator bezüglich der Eigenschaften der Reflexivitäts-, Symmetrie-, Transititvitäts-, Konnexitäts-, Deutigkeitsgruppe? Welche Eigenschaften aus diesen Gruppen vereinigt er auf sich?

6.2.6. Materiale Prädikatorentypen

Die bislang vorgetragenen Unterscheidungen von Prädikatorentypen sind formaler Natur und befinden sich in einem gut bearbeiteten Zustand. Die in der Folge angebotenen Auszeichnungen von Prädikatorensorten sind demgegenüber materialer Art. Zudem sind die ihrer theoretischen Erfassung geltenden Bemühungen noch in vollem Fluss. Der mit den kommenden Hinweisen verbundene Anspruch ist daher ein sehr eingeschränkter: Mit einigen in der gegenwärtigen Literatur intensiv erörterten Prädikatorengruppen, den Sortalen und Massenprädikatoren (6.2.6.1), den Dispositionsprädikatoren (6.2.6.2) und den vagen Prädikatoren (6.2.6.3) soll erste Bekanntschaft hergestellt werden.

6.2.6.1. Sortale Prädikatoren und Massenprädikatoren

Beispiele für <u>sortale Prädikatoren</u>, kurz: <u>Sortale</u>, sind etwa die Ausdrucksverbindungen '..ist-ein-Stuhl', '..ist-eine-Katze', '..ist-ein-Fluss', '..ist-eine-Erdumdrehung'. Gegenbeispiele sind '..ist-Mehl', '..ist-Wasser', '..ist-Geld', '..ist-rot', '..ist-gut'; die drei ersten Gegenbeispiele exemplifizieren zugleich die <u>Massen</u>- oder <u>Stoffprädikatoren</u>.

Mit einer sortalen Prädikation wird auf solche Was-ist-Fragen geantwortet, die auf die Art/Sorte von Gegenständen zielen: Was ist das (für ein Tier)? Das ist eine Katze. Was ist das (für ein Instrument)? Das ist ein Fagott. Mit einer sortalen Prädikation kann man allerdings nicht auf Woraus-Fragen antworten. Das ist hingegen möglich mit einer Stoffprädikation: Woraus ist dieses Fagott? Dieses Fagott ist aus Holz. – Historischer Hinweis: Sortale oder auch Gestaltausdrücke sind den aristotelischen Substanzausdrücken, genauer: den Bezeichnungen für die zweite Substanz, nahe verwandt.

Trifft ein Sortal auf einen Gegenstand zu, dann trifft das Sortal nicht auf einen Teil dieses Gegenstands zu. Objektsprachlich am Beispiel ausgedrückt: Wenn Lisa eine Katze ist, dann sind Katzenteile, z.B. Katzenköpfe, Katzenpfoten, Katzenhaare, ihrerseits keine Katzen. Wenn das da ein Stuhl ist, dann sind Stuhlteile, z.B. die Stuhlbeine, die Sitzfläche, die Rückenlehne, keine Stühle. Massenprädikatoren verhalten sich diesbezüglich anders: Wenn etwas z.B. Mehl ist, dann sind auch die Teile dieser Gegebenheit aus Mehl; und auch wenn man Wasser teilt, ergibt sich allemal (eine neue Portion) Wasser.

Weiter: Fügt man Substanzen zusammen, auf die ein Stoffprädikator zutrifft, dann trifft der Stoffprädikator auch auf das Ergebnis der Zusammenfügung zu. Schüttet man Wasser oder Mehl zusammen, dann ergibt sich wiederum Wasser oder Mehl. Fügt man hingegen Kühe oder Stühle zusammen, dann ergeben sich Kuhherden oder Stuhlansammlungen, jedoch keine weiteren Kühe oder Stühle. Fügt man also Gebilde zusammen, auf die ein Sortal zutrifft, dann trifft das Sortal nicht wieder auf das Ergebnis der Zusammenfügungen zu. – Insgesamt gilt: Sortale ›vererben‹ sich, anders als Massenprädikatoren, weder nach oben noch nach unten weiter.

Mit Sortalen sind externe und interne Unterscheidungskriterien verbunden: Wer Sortale versteht, ist in der Lage, Pro- und Gegenbeispiele des jeweiligen Sortals zu unterscheiden. Wer die Bedeutung von '..ist-ein-Stuhl' kennt, kann Stühle von Tischen und Tigern unterscheiden. Wer Sortale versteht, ist aber auch imstande, Gegenstände zu unterscheiden, auf die das Sortal zutrifft. Wer die Bedeutung von '..ist-ein-Stuhl' kennt, kann diesen von jenem Stuhl unterscheiden. Damit ist zugleich die Grundlage der Zählbarkeit geschaffen: Externe Unterscheidungskriterien verhindern, dass Kühe mitgezählt werden, wenn Stühle zu zählen sind; und interne Kriterien sorgen dafür, dass auch wirklich alle Stühle, aber kein Stuhl zweimal gezählt wird. Mit Massenprädikatoren ist keine Zählbarkeitsmöglichkeit verbunden: 'drei Wasser' ist keine sinnvolle Ausdrucksverbindung, es sei denn, damit ist dasselbe wie mit 'drei Gläser Wasser' oder 'drei Flaschen Wasser' gemeint. '..ist-ein-Glas-Wasser' oder '..ist-eine-Flasche-Wasser' sind aber wieder Sortale und keine Massenprädikatoren.

Man pflegt räumliche und zeitliche Sortale zu unterscheiden: Zur ersten Gruppe zählt etwa '..ist-ein-Stuhl', '..ist-ein-Fagott', '..ist-ein-Tiger', zur zweiten '..ist-eine-Geburt', '..ist-eine-Blinddarmoperation', '..ist-ein-Welpe', '..ist-ein-Lamm'. Ferner unterscheidet man natürliche Sortale wie '..ist-ein-Tiger' von Artefaktsortalen wie '..ist-ein-Fagott'.

Zuletzt ist auf den Zusammenhang von Eigennamen und Sortal hinzuweisen: Wer die Bedeutung eines Eigennamens kennt, kennt zumindest ein Sortal, das auf den benannten Gegenstand zutrifft. Wer die Bedeutung von 'Themse' kennt, weiß z.B., dass die Themse ein Fluss ist; und wer die Bedeutung von 'London' kennt, weiß z.B., dass London eine europäische Großstadt ist.

6.2.6.2. Dispositionsprädikatoren

'Disposition' ist das dem Lateinischen entstammende Fremdwort für 'Neigung', 'Tendenz', 'Fähigkeit', 'Vermögen' usf. Es ist *x* eine Disposition von *y*, wenn *x* die Fähigkeit, Fertigkeit, Neigung, Tendenz, das Vermögen, die Möglichkeit von *y* darstellt, sich unter bestimmten Umständen in bestimmter Weise zu verhalten bzw. auf eigens hergerichtete Umstände zu reagieren. Derartige Dispositionen sind in aller Regel nicht direkt wahrnehmbar wie etwa Farben, Geräusche, Gerüche, Geschmäcker, Tastempfindungen. Um Dispositionen zu beobachten, muss man Verhaltensweisen der Dispositionsträger in Situationen beobachten, die oft eigens zu diesem Zweck hergestellt werden. Prädikatoren für derartige Eigenschaften sind Dispositionsprädikatoren.

Einige Beispiele aus Physik und Materialkunde (in Kurznotation): 'wasserlöslich', 'wasserfest', '(un)zerreißbar', '(un)zerbrechlich', '(un)dehnbar', '(un)elastisch' '..hart', 'fest', 'steif', 'rissausbreitungsresistent', '(un)verformbar', 'magnetisch', 'Säure', 'Base'. Exempel aus der Psychologie: 'gutmütig', 'jähzornig', 'scharfsinnig', 'introvertiert', 'intelligent'. Gelegentlich überraschen die Beispiele auch: Erklärt man als schön resp. hässlich solche Gegebenheiten, die bei sinnenhafter Zuwendung ge- resp. missfallen, dann fallen auch '..ist-schön' und '..ist-hässlich' unter die Dispositionsprädikatoren.

Wie die Beispielsammlung zeigt, enden viele Dispositionsprädikatoren auf 'lich', 'bar', 'isch'; die Endsilbe kann also zur Formulierung einer entsprechenden Faustregel zur Unterscheidung von Dispositionsprädikatoren hergenommen werden. Die Beispielsammlung zeigt indes auch, dass das Kriterium unvollständig und inkorrekt ist: Es gibt einerseits Dispositionsprädikatoren wie etwa '..ist-schön' und '..ist-tapfer', die auf keine der genannten Silben enden; andererseits gibt es auch solche Prädikatoren wie etwa '..ist-beweisbar', '..ist-logisch determinierbar', die die entsprechenden Endungen aufweisen, aber keine Dispositionsprädikatoren sind.

Dispositionsprädikatoren werden in Lebenswelt und Wissenschaft problemlos verwendet; dennoch bereitet die Rekonstruktion ihrer Bedeutung erhebliche Schwierigkeiten. Einen Teil dieser Redemittel kann man mit Verfahren etablieren, die für Grundprädikatoren taugen, also mit Bedeutungspostulaten und Konstatierungsregeln (↑10). Andere wird man indes definieren wollen; und hier beginnen die Probleme. '..ist-wasserlöslich' definiert man naheliegenderweise so:

[15] $\bigwedge x$ (x ist wasserlöslich $\leftrightarrow$ (x wird in Wasser gegeben $\rightarrow$ x löst sich auf))

Wasserlöslich sind demnach alle und nur die Gebilde, die sich auflösen, falls sie ins Wasser gegeben werden. Die Umstände: ins-Wasser-gegeben-werden, die Reaktion: das-Sich-auflösen. Diese plausible Definition hat die unplausible Konsequenz, dass alles, was nicht ins Wasser gegeben wird, auch schon wasserlöslich ist:

[16] $\bigwedge x$ ($\neg$ x wird in Wasser gegeben $\rightarrow$ x ist wasserlöslich)

Gelegentlich – und auch hier – wird die Implausibilität noch erhöht, indem man die Kontraposition der Universalaussage bildet: All das, was nicht wasserlöslich ist, wird ins Wasser gegeben.

Der wohl nächstliegende Ausweg ist der Übergang zur bedingten Definition (↑11): Wasserlöslichkeit wird für den Bereich der Dinge erklärt, die ins Wasser gelegt werden, und bleibt ansonsten unerklärt:

[17] $\bigwedge x$ (x wird in Wasser gelegt $\rightarrow$ (x ist wasserlöslich $\leftrightarrow$ x löst sich auf))

Der Vorzug dieser Etablierungsweise liegt auf der Hand: Für den als kritisch erkannten Fall – eine Gegebenheit wird nicht ins Wasser gelegt – bietet [15] keinen Ansatzpunkt. Aber auch der Nachteil ist offenkundig: Man will eben auch von solchen Gegenständen, die nicht ins Wasser gelegt werden, wissen bzw. entscheiden können, ob sie wasserlöslich sind; und auch für Befriedigung dieses Anliegen bietet die bedingte Definition keinen Weg.

Damit ist nur das Ausgangsproblem und der erste Schritt in einer langandauernden, v.a. in der Wissenschaftsphilosophie ausgetragenen, Kontroverse angedeutet. Die beschrittenen Wege zerfallen in zwei Großgruppen: Die logischen Auswege schlagen eine Reglementierung des Wenn-dann vor, die den Schluss von [15] auf [16] blockiert. Die außerlogischen Auswege behalten die klassische oder eine sonstige Logik mit den (sogenannten) Paradoxen der Subjunktion bei und versuchen inhaltliche Auswege.

6.2.6.3. Vage Prädikatoren

Prädikatoren mit durchgehend schlechter Presse sind die vagen, denen die präzisen gegenübergestellt werden. Von vagen Prädikatoren redet man dann, wenn es einen Bereich von Gegebenheiten gibt, für die sich (bedeutungsbedingt) nicht ausmachen lässt, ob der Prädikator auf sie zutrifft oder nicht. – Obwohl die folgenden Beispiele einstellige Prädikatoren sind, ist eine allgemeine Charakterisierung der Vagheit so anzulegen, dass ein *n*-stelliger Prädikator an der *k*-ten Stelle vage ist.

Ist dieses Sitzmöbel, um mit dem Standardbeispiel zu starten, noch ein Stuhl – oder eher ein Sessel? '..ist-ein-Stuhl' und '..ist-ein-Sessel' sind vage Prädikatoren; man kann sich ›fließende‹ Übergänge denken Ist dieses Kleid (noch) rot oder (schon) orange; die lebensweltlichen Farbprädikatoren sind vage. Ist dieser Text eine Beweisskizze – oder nur ein Beweishinweis? '..ist-eine-Beweisskizze' und '..ist-ein-Beweishinweis' sind vage Prädikatoren. Ist der Angeklagte zurechnungsfähig – oder doch eher unzurechnungsfähig? '..ist-zurechnungsfähig' und '..ist-unzurechnungsfähig' sind vage Prädikatoren. Ist der Patient arbeitsunfähig – oder doch eher arbeitsfähig? '..ist arbeitsfähig' und '..ist-arbeitsunfähig' sind vage Prädikatoren. Folgt A intuitiv aus *X* – oder besteht eine intuitive Non-Sequitur-Beziehung? '..folgt-intuitiv-aus..' und '..steht-im-intuitiven-non-sequitur-zu..' sind vage Prädikatoren. Ist ein Embryo schon ein Mensch oder eine Person – oder aber ein Lebewesen in einem vormenschlichen oder vorpersonalem Stadium? '..ist-ein-Mensch' und '..ist-ein-Person' sowie '..ist-vormenschliches-Lebewesen' und '..ist-vorpersonales-Lebewesen' sind vage Prädikatoren.

Vagheit ist hier nicht in einem kontingenten, sondern in einem strukturellen Sinn verstanden. Es geht nicht darum, dass ein Autor die Regeln für einen Prädikator zufälligerweise nicht genügend kennt, um ihn erfolgreich zu- oder absprechen zu können. Es fehlt ihm auch nicht an den nötigen Mitteln usf. Die jeweilige Aussage ist also nicht entscheidungsunzugänglich. Die Regeln sind vielmehr so, dass auch der ideal(st)e Autor unter ideal(st)en Informationsbedingungen nicht erfolgreich zu- oder absprechen vermag; die jeweilige Aussage ist also unentscheidbar.

Bezüglich der vagen Prädikatoren herrschen vornehmlich zwei Vorurteile. Das erste lautet darauf, dass nur empirische Prädikatoren, d.h. Prädikatoren mit synthetisch-operationalen Bedeutungsanteilen, vage sind. Die namhaft gemachten Beispiele zeigen, dass diese Auffassung irrig ist: '..folgt-intuitiv-aus..', aber auch '..ist-konstruktives-Beweisverfahren' sind vage Prädikatoren, die nicht empirisch sind.

Das zweite Vorurteil läuft darauf hinaus, dass vage Redemittel unbrauchbare Redemittel sind. 'Unbrauchbarkeit' kann hier nur besagen, dass man keine Prädikationsentscheidungen mit diesen Ausdrücken treffen kann; und das ist in der Regel nicht der Fall. So kann man von vielen Gegenständen unstrittig sagen, dass sie Stühle sind; und ebenso kann man von vielen Gebilden ohne Kontroverse das Stuhlsein negieren. Die Existenz einer Vagheitszone schließt also nicht aus, dass es zu einem Prädikator einen Positiv- und einen Negativbereich, also einen entscheidbaren Kernbereich, gibt.

Damit soll nicht das Problem geleugnet werden, das durch Vagheitszonen entsteht. Wenn nun darüber zu befinden ist, ob ein einzelnes Exemplar oder Exemplare einer bestimmten Sorte Φ-Dinge sind, dann entsteht die Aufgabe der <u>Nachjustierung</u>, der bedarfsgerechten (nicht: der „absoluten") Verschärfung der Bedeutung des Prädikators. Gelegentlich kann es auch zu nur dezisionistisch behebbaren Notsituationen kommen: Dieser Fall wird gelegentlich bei der Entscheidung über Arbeits(un)fähigkeit eintreten. Häufiger geht es aber darum, für einen Unterbezirk der Vagheitszone eine Regulierung vorzunehmen: So wurde z.B. in der neueren Rechtssprechung der Prädikator '..ist-bezugsfertige-Eigentumswohnung' so nachjustiert, dass das Fertiggestelltsein der Außenanlagen keine notwendige Bedingung für die Bezugsfertigkeit darstellt. – Die Prozedur der Nachjustierung wird in der Explikationslehre behandelt (↑12).

Ü 13 a) Geben Sie je drei weitere Beispiele für Sortale und Massenprädikatoren!

b) Zeigen Sie, dass [16] Konsequenz aus {[15]} ist!

c) Was sind Paradoxe der Vagheit? – Benutzen Sie Nachschlagewerke!

Zusatz: Zum Darstellungsrahmen

Die folgende methodologische Zwischenüberlegung rekapituliert die Darlegung der Absätze 6.2.2 bis 6.2.5 unter der Rücksicht der verwendeten Darstellungsmittel. Leitend ist dabei die Frage, ob sich nicht deutlich einfachere Artikulationsmöglichkeiten auffinden bzw. herstellen lassen.

In Absatz 6.2.2 werden Prädikatoren betrachtet unter der Rücksicht, ob sie auf Gegenstände zutreffen bzw. nicht zutreffen. In Absatz 6.2.3 werden Prädikatoren thematisiert mit Blick auf ihren Ort in Prädikatorensystemen d.h. mit Blick auf ihr Verhältnis zu anderen Prädikatoren. In Absatz 6.2.4 geht es vornehmlich um zweistellige Prädikatoren; diese werden untersucht unter strukturellen Gesichtspunkten wie etwa der Umkehrbarkeit einer Beziehung.

Im Zuge dieser Untersuchungen haben sich zwei Eindrücke herausgebildet und zunehmend verstärkt. Zum einen: Bei jedem Punkt hat sich ein Bedarf nach weiterer Thematisierung und Systematisierung eingestellt. Besonders deutlich war dies bei der Betrachtung der Ordnungsprädikatoren: Hier würde man gerne in methodisch kontrollierter Weise (und nicht nur intuitiv) von der untersten und obersten Schicht der Quasireihe bzw. von den untersten und obersten Elementen sprechen oder aber überhaupt von einer Schicht in der Quasireihe. Aber auch schon die Klassifikationsbegrifflichkeit verlangt (mit Blick auf die begriffliche Durchdringung der Klassifikationspraxis) nach weiteren Redemitteln: So will man etwa von Klassifikationsfolgen und -bäumen sprechen. Zum anderen: Die Darstellung wird durchweg als kompliziert empfunden, v.a. bei den gelegentlich versuchten Beweisskizzen. Dieser Eindruck dürfte v.a. deshalb entstehen, weil sich intuitiv bereits eine Alternative abzeichnet, die auch gebrauchssprachlich gut eingeschliffen ist.

Dieser doppelte Eindruck – Systematisierungsbedarf und Kompliziertheitsempfinden – veranlassen in ihrem Zusammenwirken die Frage danach, ob nicht einfachere Darstellungsmittel auffind- oder herstellbar sind.

Mit dem Prädikator '..ist-ein-Apfel' spricht man über konkrete Gegenstände der Lebenswelt; mit dem Prädikator '..ist-Vater-von..' setzt man Personen zueinander in Beziehung. Stellt man nun fest, dass der Prädikator '..ist-ein-Apfel' ein normaler Prädikator in der lebensweltlichen Sprache ist oder dass '..ist-Vater-von..' ein asymmetrischer Prädikator in der Verwandtschaftssprache ist, dann macht man diese Redemittel ihrerseits zum Gegenstand der Betrachtung bzw. der Rede. Dies geschieht einerseits durch Anführung bzw. durch qualifizierende Zusetzung, andererseits durch ausdrückliche Mitnennung der jeweiligen Sprache. In allgemeiner

Rede treten die metasprachlichen Mitteilungsvariablen hinzu. Diese Form der Vergegenständlichung möge die <u>metasprachliche Vergegenständlichung</u> heißen. Das eben angezeigte Bemühen geht also, neu formuliert, auf Alternativen zur metasprachlichen Vergegenständlichung.

Zuvor ist jedoch ein Hinweis auf den Zweck der Vergegenständlichung hilfreich. Wozu verlässt man überhaupt die ›untere‹ Ebene, das Reden über Äpfel und Väter, um zu weiteren Gegenständen ›aufzusteigen‹? Die Antwort lautet: Um unsere Rede- und Erkenntnisanstrengungen kürzer gestalten zu können. Der <u>Abkürzungszweck</u> soll an zwei Beispielen illustriert werden: Wenn man weiß, dass Hans Vater von Inge ist, und ferner weiß, dass '..ist-Vater-von..' Subprädikator zu '..ist-Elter-von..' ist, dieser Redeteil Subprädikator von '..ist-Vorfahr-von..', der letzterwähnte Ausdruck Subprädikator von '..ist-verwandt-mit..', dann kann man ohne weitere empirische Untersuchung darauf schließen, dass Hans Vorfahr von Inge ist. Weiß man, dass '..ist-Vater-von..' ein asymmetrischer Prädikator ist, dann braucht man nicht eigens zu untersuchen, ob er auch irreflexiv ist; denn dies ist als allgemeiner Zusammenhang bekannt. Damit erübrigt sich auch jede Frage dahingehend, ob Hans Vater von sich selbst ist.

Die Vergegenständlichung verdankt sich dem Abkürzungszweck und der metasprachliche Weg verlangt wegen allzu großer Kompliziertheit nach Alternativen. Die zu überwindende Kompliziertheit ist zunächst im Detail am Beispiel zu studieren; die Transitivität der Subprädikatorschaft hat, voll ausformuliert, folgende Gestalt:

[18] Für alle Φ, für alle X, für alle Ψ, für alle *S* (Wenn *S* eine so-und-so beschaffene Sprache erster Stufe ist und Φ, X, Ψ jeweils *n*-stellige Prädikatoren von *S* sind und wenn Φ Subprädikator von X in *S* ist und X Subprädikator von Ψ in *S* ist, dann ist auch Φ Subprädikator von Ψ in *S*)

Störend ist – schon auf den ersten Blick – die Bezugnahme auf Sprachen, und zwar sowohl im Sinne des dauernden ›Mitschleppens‹ der Sprachvariablen '*S*' als auch im Sinne des die Mitspieler ›vorstellenden‹ Antezedens.

Will man beide Umständlichkeiten vermeiden, so muss man die metasprachliche Vergegenständlichung durch objekt- bzw. innersprachliche Formen ersetzen. Hier bieten sich wiederum zwei Optionen an: Zum einen kann man Sprachen höherer Stufe als Darstellungsrahmen wählen: <u>Vergegenständlichung durch Stufenerhöhung</u>. Zum anderen kann man Sprachen erster Stufe um klassensprachliche Redemittel erweitern: <u>Vergegenständlichung durch Klassenbildung</u>. Dies geschieht dadurch, dass man Prädikatoren Klassen zuordnet, also z.B. dem Prädikator '..ist-rot' die Klasse '{*z*|*z* ist rot}' zuweist. Der Subprädikatorschaft korrespondiert dann die Teilklassenschaft, die meist durch '..$\subseteq$..' ausgedrückt wird. Die Transitivität der Teilklassenschaft hat dann folgenden Ausdruck:

[18]* Für alle *x*, Für alle *y*, Für alle *z* (Wenn $x \subseteq y$ und $y \subseteq z$, dann $x \subseteq z$)

Es liegt auf der Hand, dass die Klassenvergegenständlichung weitaus handlicher ist als die metasprachliche; sie ist aber auch der objektsprachlichen Vergegenständlichung durch Stufenerhöhung unter dem Einfachheitsgesichtspunkt überlegen. Will man also die in den drei vorangegangenen Abschnitten angerissenen Zusammenhänge weiter verfolgen, dann wird man in einen klassensprachlichen Rahmen überwechseln. Kern dieses Sprachtyps ist die oben erwähnte Zuordnung von Klassen zu Prädikatoren, die in der Folge an mehreren Stellen beschäftigen wird (↑6.4 sowie (ausführlich) 14).

6.3. Die elementare Prädikation

Die Prädikation konnte vorbereitend im Ensemble der Redehandlungen platziert werden; ferner war eine prädikatorbildende Operation bereitzustellen (6.1). Der zweite Schritt galt der formalen und der (angedeuteten) materialen Sortierung der Prädikatoren, der Redemittel also, mit deren Verwendung Autoren Prädikationen vollziehen (6.2). – In der Folge geht die Aufmerksamkeit auf die elementare Prädikation, d.h. auf die Art des Prädizierens, die durch Äußerung von Sätzen mit elementaren Aussagen realisiert wird. Zunächst ist die <u>elementare Prädikation</u> auszugrenzen und nach Innen in Formen zu differenzieren (6.3.1). Sodann kann, in Aufnahme des Korrektheitsgesichtspunktes, von der <u>Wahrheit elementarer Aussagen</u> gehandelt werden (6.3.2). Schließlich ist das <u>Universalienproblem</u> (im Ansatz) darzustellen, die Frage nach Funktion, Existenz und Natur von Begriffen, Eigenschaften und Klassen (6.3.3).

Zur Erinnerung: Die dargelegte Prädikationslehre zählt zu den klassischen, zweiteiligen Prädikationskonzeptionen; dreiteilige Ansätze, die neben Prädikator und Nominator noch eigene (affirmative, negative und gegebenenfalls neutrative) Prädikationsoperatoren vorsehen, finden in dieser Vorschule keine Darstellung (↑3.3.5 und 6.4). Gleichwohl sei hervorgehoben, dass sich auch derartige Sichtweisen nach entsprechender Anpassung der grammatischen Vorgaben in die entwickelte Makroperspektive einfügen lassen.

6.3.1. Elementare Prädikation – Substantielle Prädikation – Zu-/Absprechung

Ein Autor prädiziert in einer Sprache (hier und in der Folge stets: erster Stufe), wenn er einen Satz dieser Sprache äußert, der einen Prädikator zum Teilausdruck hat, in dessen Aussage also ein Prädikator Teilausdruck ist. Wer etwa die Sätze:

[19] a) Mutmaßlich sind alle Philosophen Vampire.

b) Trifft es zu, dass einige Vampire ängstlich sind?

c) Ich bezweifle, dass Dracula cool ist.

äußert, vollzieht in einer vampirkundlichen Sprache Prädikationen. In a) werden 'Philosoph' und 'Vampir' prädiziert, in b) 'Vampir' und 'ängstlich' und in c) der Redeteil 'cool'. Diese Prädikationen sind eingebettet in die Redehandlungen a) des Vermutens, b) des (Ob-) Fragens, c) des Bezweifelns. Wer immer prädiziert, vollzieht eine Redehandlung. Variiert: Nur wer redehandelt, prädiziert. Kontraponiert und rhetorisch modalisiert: Wer keine Redehandlung vollzieht, kann auch gar nicht prädizieren. Umgekehrt wird aber auch mit jeder Redehandlung eine Prädikation vollzogen. Insoweit genügt zur Charakterisierung des Prädizierens auch schon das Element des Äußerns eines Satzes; die Eingangsbestimmung ist redundant (↑6.1.1). Insgesamt gilt: Ein Autor vollzieht genau dann eine Redehandlung, wenn er prädiziert.

Dieses generelle Prädikationskonzept wird nun in zweifacher Weise eingeschränkt, und zwar in grammatischer und in performativer (semantischer) Hinsicht. Die grammatische Einschränkung betrifft die Satzaussage: Insoweit nur elementare Aussagen als Hauptoperand des geäußerten Satzes auftreten, liegt eine elementare Prädikation vor. Die semantische Einschränkung betrifft den Performator und damit den Redehandlungstyp: Insoweit nur die für substantielle Redehandlungen charakteristischen Performatoren als Hauptoperator des geäußerten Satzes auftreten, liegt eine substantielle Prädikation vor. – Ausdifferenzierungen innerhalb der substantiellen Prädikation nach ihrer alethischen ›Stärke‹ und nach ihrer alethischen ›Richtung‹ sowie die Kombination von elementaren und substantiellen Prädikationsformen führen zu weiteren Untertypen.

Vier vorbereitende Bemerkungen sind angezeigt: Zunächst ist an die Definition der elementaren Aussage zu erinnern (↑3.2.3): Es ist Γ eine elementare Aussage genau dann, wenn Γ eine atomare Aussage oder die Negation einer atomaren Aussage darstellt; atomare Aussagen entstehen aus der Anwendung eines n-stelligen Prädikators Φ auf n Nominatoren $\vartheta_1,..., \vartheta_n$, besitzen also die Form $\Phi(\vartheta_1,...,\vartheta_n)$. Die nicht-atomaren elementaren Aussagen sind Negationen von atomaren Aussagen.

Sodann ist auf eine Vereinfachung hinzuweisen: Die Explikationen beziehen sich auf einfache atomare Aussagen, also auf atomare Aussagen der Form $\Phi(\vartheta)$; die Berücksichtigung der übrigen Typen atomarer Aussagen erforderte einen erheblichen technischen Mehraufwand. Demgegenüber ist die intuitiv-exemplarische Übertragung auf diese Fälle unschwer nachvollziehbar und wird auch am Ende des Abschnitts vorgenommen.

Ferner: In der Folge wird das Standardverständnis des Prädizierens aufgenommen. Dieses lautet (in der berühmten Formulierung des Aristoteles) darauf, dass etwas von etwas (ti kata tinos) prädiziert wird: Ein Prädikator wird von einem Gegenstand, einem Ding, einem Objekt, einer Gegebenheit usf. ausgesagt. Dieser Gegenstand ist in der Rede durch einen entsprechenden Nominator vertreten. Aus der Lehre von der Nomination wird die Wendung ‘das..-Nominatum in..’ benötigt.

Endlich ist auf die gerade erwähnte Nomination vorwegnehmend einzugehen (↑7); denn elementare Prädikationen sind an den Vollzug von Nominationen geknüpft. Eine exemplarische Intuition lautet: Wer ‘Ich bezweifle, dass Dracula cool ist’ äußert, bezieht sich in einer vampirkundlichen Sprache innerhalb des geäußerten Satzes mit dem Eigennamen ‘Dracula’ auf den Fürsten der Nacht. Die beispielübergreifende Explikation liest sich so: Ein Autor *A* nominiert (bezieht sich auf, referiert auf usf.) *x* innerhalb Σ mit ϑ in *S* genau dann, wenn *S* eine Sprache erster Stufe ist, Σ ein Satz und ϑ ein Nominator von *S* ist und ferner gilt: ϑ ist Teilterm der Aussage von Σ und *x* ist das ϑ-Nominatum in *S* und *A* äußert Σ. Durch Wegbinden der Variablen entstehen geläufigere Referenzbegriffe wie etwa ‘..referiert auf..’, ‘..referiert mit..auf..’. Es gilt (unter Vernachlässigung des Sprachbezugs): Wenn ein Autor einen Nominator in einem Satz verwendet, dann und nur dann referiert er mit diesem Nominator innerhalb des Satzes auf den diesem Nominator zugeordneten Referenten.

Der Begriff der elementaren Prädikation ist denkbar weit angelegt: Ein Autor *A* prädiziert elementar Φ innerhalb Σ mit ϑ von *x* in *S* genau dann, wenn *S* eine Sprache erster Stufe ist, Φ ein einstelliger Prädikator, ϑ ein Nominator und Σ ein Satz von *S* ist und ferner gilt: Die Aussage von Σ ist das Ergebnis der Anwendung von Φ auf ϑ oder die Negation des Ergebnisses der Anwendung von Φ auf ϑ und *x* ist das ϑ-Nominatum in *S* und *A* äußert Σ. – Wer etwa die Sätze ‘Ich bezweifle, dass Dracula cool ist’, ‘Trifft es zu, dass Dracula cool ist’, ‘Also: nicht (Dracula ist cool)’, ‘Es gilt: Dracula ist cool’ äußert, prädiziert ‘..ist cool’ innerhalb der erwähnten Sätze mit Hilfe von ‘Dracula’ von dem Fürsten der Nacht; die Prädikation ist dabei eingebettet in die Redehandlung des Zweifelns, des Ob-Fragens, des Folgerns und des Behauptens.

Durch Wegbinden von Stellen entstehen geläufigere Prädikationskonzepte: So prädiziert etwa *A* von *x* elementar Φ genau dann, wenn es eine Sprache *S*, einen Satz Σ und einen Nominator

ϑ gibt, so dass *A* innerhalb Σ Φ von *x* mit ϑ in *S* elementar prädiziert. So prädiziert ein Autor elementar genau dann, wenn es eine Sprache, einen Satz, einen Gegenstand und einen geschlossenen Term gibt, so dass der Autor in der Sprache den Prädikator mit Hilfe des Nominators von dem Gegenstand elementar prädiziert. Aus der Definition und den grammatischen Festlegungen ergibt sich: Ein Autor prädiziert genau dann elementar, wenn er einen Satz äußert, dessen Hauptoperand eine elementare Aussage ist.

Unmittelbar aus den Definitionen des Nominierens und des Elementarprädizierens resultiert: Die Nomination ist eine notwendige Bedingung der Elementarprädikation. Ausführlich: Wenn ein Autor *A* elementar Φ innerhalb Σ mit ϑ von *x* in *S* prädiziert, dann nominiert *A x* innerhalb Σ mit ϑ in *S*. Am Beispiel: Um von Dracula '..ist cool' elementar zu prädizieren, muss man mit 'Dracula' oder einem bezeichnungsgleichen Nominator auf den Fürsten der Nacht referieren. Umgekehrt ist die Nomination jedoch nicht an die elementare Prädikation gebunden: Mit der Äußerung von 'Es ist zu bestreiten, dass alle Kinder Dracula lieben' bezieht der Autor sich ebenfalls auf Dracula, jedoch ohne in diesen Zweifelsakt eine elementare Prädikation einzubetten.

Wenn ein Autor elementar prädiziert, dann prädiziert er auch. Die Umkehrung gilt jedoch nicht: Nur in [19]c), also in 'Ich bezweifle, dass Dracula cool ist', wird elementar prädiziert; mit der Äußerung von [19]a), 'Mutmaßlich sind alle Philosophen Vampire', und [19]b), 'Trifft es zu, dass einige Vampire ängstlich sind?', werden hingegen nicht-elementare Prädikationen ausgeführt. Ein Autor prädiziert nicht-elementar genau dann, wenn er einen Satz äußert, dessen Hauptoperand eine nicht-elementare Aussage darstellt, also eine molekulare Aussage, die aber nicht die Negation einer atomaren Aussage ist. Eine Redehandlung, die eine elementare Prädikation umfasst, enthält nicht mehr als gerade diese elementare Prädikation, also genau eine elementare Prädikation; hingegen können, wie die Beispiele [19]a) und b) zeigen, mehrere nicht-elementare Prädikationen in eine Redehandlung eingelassen sein. – Alle Aufmerksamkeit gilt in der Folge den Formen der elementaren Prädikation. In terminologischer Hinsicht ist hervorzuheben, dass in der Literatur 'Prädikation' häufig wie 'elementare Prädikation' verwendet wird.

Es macht einen Unterschied, ob eine elementare Prädikation in eine Frage oder eine Folgerung einerseits oder aber in eine Vermutung oder Bestreitung andererseits eingebettet ist. Mit der Äußerung einer Frage oder einer Folgerung möchte man nicht auch schon wissen lassen, dass der Prädikator von dem Nominatum wahr/falsch ist. Bei einer Vermutung oder Bestreitung gibt man hingegen der Auffassung Ausdruck, dass der Prädikator auf das Nominatum zutrifft oder ihm abgeht. In der ersten Fallgruppe soll von nicht-substantieller, in der zweiten soll von substantieller Prädikation die Rede sein.

In Hinführung zu diesen Begriffen ist an eine früher gegebene Sortierung der (kognitiven) Redehandlungen zu erinnern (↑2.4.2). Erkenntnishandlungen zerfallen in die interrogativen und die nicht-interrogativen Akte. Letztere lassen sich in die subsidiären oder Hilfshandlungen (wie das Annehmen oder das Folgern) und die substantiellen Handlungen aufteilen. Letztgenannte wiederum gliedern sich in die stark qualifizierenden oder alethischen (wie das Behaupten oder das Bestreiten) und in die schwach qualifizierenden oder präalethischen Akte (wie das Vermuten oder das Bezweifeln). Die alethischen wie die präalethischen Erkenntnishandlungen umfassen eine affirmative und eine negative Untergruppe. Demzufolge sind einerseits stark affirmative Akte (wie Behaupten oder Feststellen) von schwach affirmativen Akten (wie Vermuten oder hypothetisch Setzen) zu unterscheiden, andererseits stark negative Handlungen (wie Bestreiten oder kategorisch Verwerfen) von schwach negativen Handlungen (wie Bezweifeln oder hypothetisch Verwerfen) zu trennen. – Prinzipiell lässt sich das Konzept der elementaren Prädikation auch auf nicht-kognitive Redehandlungen erweitern.

Diese Einteilung der Erkenntnishandlungen ist nun mit der elementaren Prädikation in Bezug zu setzen. Ein Autor *A* <u>prädiziert substantiell</u> Φ <u>innerhalb</u> Σ <u>mit</u> ϑ <u>von</u> *x* <u>in</u> *S* genau dann, wenn *A* prädiziert elementar Φ innerhalb Σ mit ϑ von *x* in *S* und der Performator von Σ ist ein substantieller Performator. Mit der Äußerung von 'Vermutlich: nicht(Ist-cool(Dracula))' oder von 'Ich stelle fest: Ist-cool(Dracula)' wird 'Ist-cool(..)' vom 'Dracula'-Nominatum substantiell prädiziert.

Ein Autor *A* <u>prädiziert nicht-substantiell</u> Φ <u>innerhalb</u> Σ <u>mit</u> ϑ <u>von</u> *x* <u>in</u> *S* genau dann, wenn *A* prädiziert elementar Φ innerhalb Σ mit ϑ von *x* in *S* und der Performator von Σ ist ein nicht-substantieller Performator. Mit der Äußerung von 'Trifft es zu: nicht(Ist-cool(Dracula))' oder von 'Also: Ist-cool(Dracula)' wird 'Ist-cool(..)' vom 'Dracula'-Nominatum nicht-substantiell prädiziert.

Ein Autor prädiziert demnach substantiell genau dann, wenn er elementar prädiziert und der Performator des geäußerten Satzes ein substantieller Performator ist; substantielle Prädikationen sind also in substantielle Redehandlungen eingebettet. Ein Autor prädiziert hingegen nicht-substantiell genau dann, wenn er elementar prädiziert und der Performator des geäußerten Satzes ein nicht-substantieller, also ein subsidiärer oder ein interrogativer Performator ist; nicht-substantielle Prädikationen sind also in subsidiäre oder interrogative Erkenntnishandlungen eingelassen. – Setzt man voraus, dass die Einteilung in substantielle und nicht-substantielle Redehandlungen bzw. Performatoren disjunkt und exhaustiv ist, dann trifft dies auch auf die Zerlegung der elementaren Prädikationen in substantielle und nicht-substantielle zu, also auf die zweite Verzweigung von Schaubild [20].

Substantielle Prädikationen können – will man Feinheiten außer acht lassen (↑6.3.2) – eine affirmative oder eine negative Ausrichtung gewinnen: Ein Autor A prädiziert affirmativ Φ innerhalb Σ mit ϑ von x in S bzw. ein Autor A spricht Φ innerhalb Σ mit ϑ x in S zu genau dann, wenn A prädiziert elementar Φ innerhalb Σ mit ϑ von x in S, die Aussage von Σ ist das Ergebnis der Anwendung von Φ auf ϑ und der Performator von Σ ist ein affirmativer Performator. Kurz und variiert: Ein Autor prädiziert affirmativ bzw. spricht zu genau dann, wenn er einen affirmativen Satz äußert, dessen Aussage atomar ist; affirmative Prädikationen resp. Zusprechungen sind also substantielle Prädikationen, wobei der geäußerte Satz aus einen affirmativen Performator und einer atomaren Aussage aufgebaut ist. Mit der Äußerung von 'Vermutlich: Ist-cool(Dracula)' oder von 'Ich stelle fest: Ist-cool(Dracula)' sprechen Autoren dem Fürsten der Nacht den Prädikator 'Ist-cool(..)' zu; die Wendungen 'beilegen' und 'zuschreiben' mögen als Synonyme zu 'affirmativ prädizieren' bzw. 'zusprechen' gelten.

Ein Autor A prädiziert negativ Φ innerhalb Σ mit ϑ von x in S bzw. ein Autor A spricht Φ innerhalb Σ mit ϑ x in S ab genau dann, wenn A prädiziert elementar Φ innerhalb Σ mit ϑ von x in S und (i) die Aussage von Σ ist das Ergebnis der Anwendung von Φ auf ϑ und der Performator von Σ ist ein negativer Performator oder (ii) die Aussage von Σ ist die Negation der Anwendung von Φ auf ϑ und der Performator von Σ ist ein affirmativer Performator. Kurz und variiert: Ein Autor prädiziert in zwei Fällen negativ bzw. spricht ab: Wenn er einen Satz mit negativem Performator äußert, dessen Aussage atomar ist, oder wenn er einen Satz mit affirmativem Performator äußert, dessen Aussage die Negation einer atomaren Aussage darstellt. Mit der Äußerung von 'Vermutlich: nicht(Ist-cool(Dracula))' oder von 'Ich bestreite: Ist-cool(Dracula)' sprechen Autoren dem Fürsten der Nacht den Prädikator 'Ist-cool(..)' mit unterschiedlicher Stärke ab. – Enthält eine Sprache keine negativen Redehandlungen bzw. Performatoren, dann tritt der Fall (i) nicht ein; das Absprechen kann sich dann nur des Negators und eines affirmativen Performators bedienen. Ist eine Sprache hingegen negatorfrei, dann muss sie negative Performatoren enthalten, falls das Absprechen als Handlung möglich sein soll.

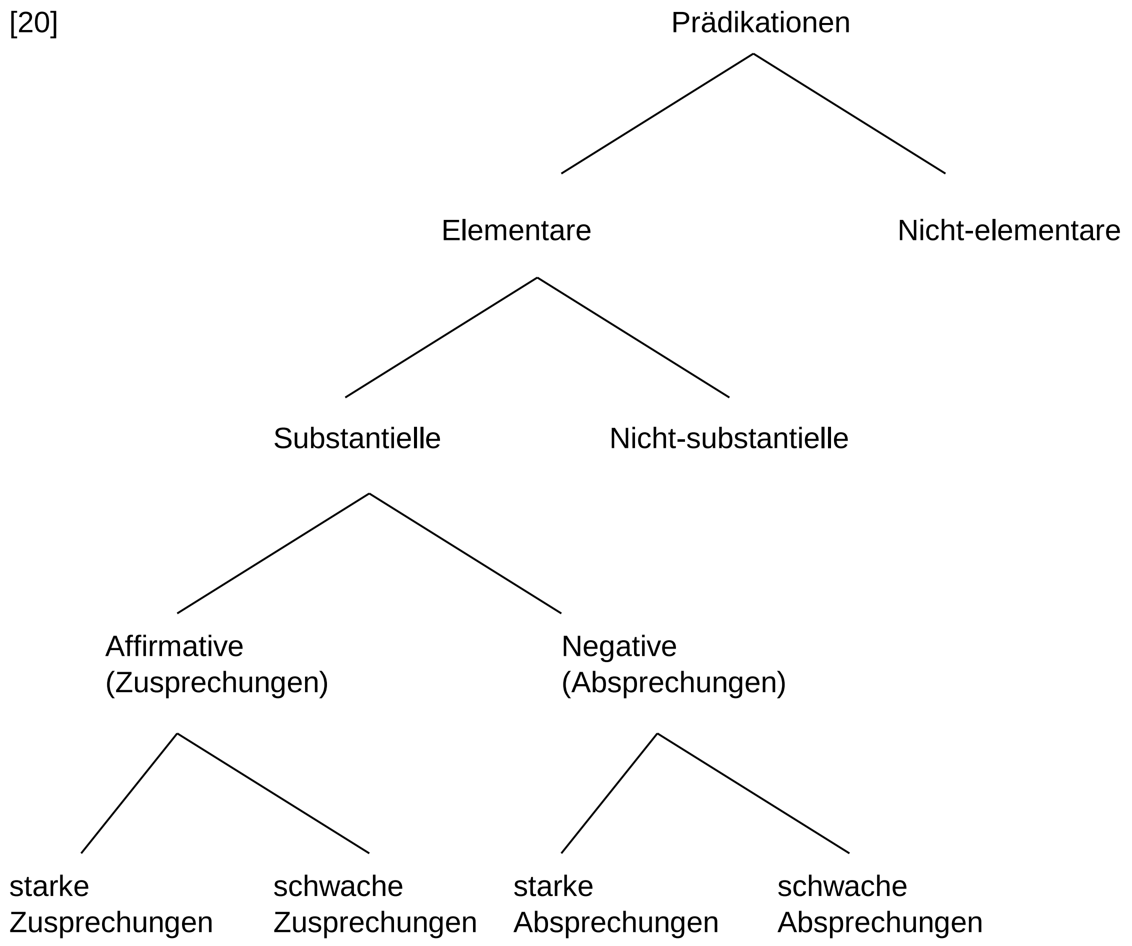
Zusprechungen und Absprechungen stellen substantielle Prädikationen dar; und keine substantielle Prädikation ist sowohl Zu- als auch Absprechung. Allerdings wird der Bereich der substantiellen Prädikationen durch die beiden unterschiedenen Sorten nicht ausgeschöpft. Man betrachte den Satz 'Ich bestreite: nicht(Ist-cool(Dracula))'. Da die Satzaussage elementar ist, handelt es sich um eine elementare Prädikation. Da die Prädikation in das Bestreiten, eine stark negative Redehandlung, eingebettet ist, liegt eine substantielle Prädikation vor. Nun ist die Aussage nicht atomar; daher ist keine Zusprechung gegeben. Ferner ist der Performator negativ; es kann sich also auch nicht um eine Absprechung handeln. Damit ist das Gebiet der substantiellen Prädikationen nicht erschöpfend in Zu- und Absprechungen eingeteilt; also ist die dritte Verzweigung von [20] nicht exhaustiv.

Bezüglich der inhaltlichen Erörterung dieser dritten Kategorie substantieller Prädikationen ist die intendierte Bedeutung des Negators und des negativen Performators ausschlaggebend: Wenn die Bestreitung einer Aussage Δ (hier: ʽnicht(Ist-cool(Dracula))ʼ) erlaubt ist, falls es einen Beweis für die Negation von Δ (hier: ʽnicht(nicht(Ist-cool(Dracula)))ʼ) gibt, also die Behauptung der Negation von Δ erlaubt ist, falls ferner der Negator klassisch reguliert ist, wird man die Beispieläußerung als Zusprechung ansehen wollen und entsprechende Subsumtionsmöglichkeiten schaffen. – Zur Nicht-Exhaustivität gelangte man im übrigen auch, wenn man neben affirmativen und negativen auch neutrative Redehandlungen und Performatoren für eine Sprache vorsieht.

Substantielle Prädikationen können ferner nach ihrer ›Stärke‹ unterschieden werden; diese Unterscheidung betrifft die affirmative wie auch die negative Seite. Ein Autor A <u>prädiziert stark/schwach affirmativ</u> Φ <u>innerhalb</u> Σ <u>mit</u> ϑ <u>von</u> x <u>in</u> S bzw. ein Autor A <u>spricht</u> Φ <u>innerhalb</u> Σ <u>mit</u> ϑ x <u>in</u> S <u>stark/schwach zu</u> genau dann, wenn A spricht Φ innerhalb Σ mit ϑ von x in S zu und der Performator von Σ ist ein stark/schwach affirmativer Performator. Ein Autor A <u>prädiziert stark/schwach negativ</u> Φ <u>innerhalb</u> Σ <u>mit</u> ϑ <u>von</u> x <u>in</u> S bzw. ein Autor A <u>spricht</u> Φ <u>innerhalb</u> Σ <u>mit</u> ϑ x <u>in</u> S <u>stark/schwach ab</u> genau dann, wenn A spricht Φ innerhalb Σ mit ϑ von x in S ab und der Performator von Σ ist im Fall (i) ein stark/schwach negativer Performator und im Fall (ii) ein stark/schwach affirmativer Performator.

Mit der Äußerung von ʽEs gilt: Ist-cool(Dracula)ʼ, ʽVermutlich: Ist-cool(Dracula)ʼ, ʽIch bestreite: Ist-cool(Dracula)ʼ, ʽVermutlich: nicht(Ist-cool(Dracula)ʼ vollzieht der Autor eine starke Zusprechung, eine schwache Zusprechung, eine starke Absprechung, eine schwache Absprechung. Wenn die affirmativen resp. negativen Redehandlungen/Performatoren vollständig in starke und schwache zerfallen, dann lassen sich auch Zu- und Absprechungen vollständig in starke und schwache gliedern. – Die bisherige Entwicklung lässt sich in folgender Tafel von Prädikationstypen darstellen:

[20]



Zur exemplarischen Festigung der entwickelten Begrifflichkeit ist die folgende Tabelle zu betrachten:

[21] a) Vermutlich: Ist-schlechtbeweibt(Sokrates)

b) Es-gilt: Ist-schlechtbeweibt(Sokrates)

c) Ich-bezweifle: Ist-schlechtbeweibt(Sokrates)

d) Ich-suspiziere: nicht(Ist-schlechtbeweibt(Sokrates))

e) Ich-bestreite: Ist-schlechtbeweibt(Sokrates)

f) Es-gilt: nicht(Ist-schlechtbeweibt(Sokrates))

g) Also: Ist-schlechtbeweibt(Sokrates)

h) Ob: Ist-schlechtbeweibt(Sokrates)

Wer a) äußert, spricht 'Ist-schlechtbeweibt' dem Lehrer Platons schwach zu. Diese schwache Zusprechung ist zugleich ein Beispiel für Zusprechungen, für substantielle und für elementare

Prädikationen. Es ist ein Gegenbeispiel für nicht-elementare und nicht-substantielle Prädikationen sowie für Absprechungen und auch für starke Zusprechungen. – Wer b), äußert spricht dem Gatten der Xanthippe den Prädikator 'Ist-schlechtbeweibt(..)' stark zu. Diese starke Zusprechung ist ein Beispiel für Zusprechungen, für substantielle und elementare Prädikationen. Es ist damit ein Gegenbeispiel für nicht-elementare und nicht-substantielle Prädikationen, für Absprechungen und für schwache Zusprechungen. Mit c) und d) werden schwache Absprechungen, mit e) und f) starke Absprechungen vollzogen. g) und h) exemplifizieren die nicht-substantiellen elementaren Prädikationen.

Die (intuitive!) Übertragung auf elementare Aussagen mit mehrstelligen Prädikatoren versteht sich von selbst: Mit der Äußerung von [22]a) wird der zweistellige Prädikator 'Ist-größer-als(..,..)' Hans und Inge (in dieser Reihenfolge) abgesprochen. Mit der Äußerung von [22]b) wird der dreistellige Prädikator 'Liegt-zwischen-und(..,..,..)' von Köln, Bonn und München (in dieser Reihenfolge) nicht-substantiell prädiziert. Mit [22]c) schließlich wird der sechsstellige Prädikator 'Spricht-innerhalb-mit-in(..,..,..,..,..,..)' Hans, 'Ist-cool(..)', 'Es gilt: Ist-cool(Dracula)', 'Dracula', dem Fürst der Nacht und der vampirkundlichen Sprache (in dieser Reihenfolge) zugesprochen:

[22] a) Mutmaßlich: nicht (Ist-größer-als(Hans, Inge))

b) Also: Liegt-zwischen-und(Köln, Bonn, München)

c) Es gilt: Spricht-zu-innerhalb-mit-in(Hans, 'Ist-cool(..)', 'Es gilt: Ist-cool (Dracula)', 'Dracula', der Fürst der Nacht, die vampirkundliche Sprache)

Die detaillierte und vergleichsweise formelle Darlegung der Prädikationsbegrifflichkeit verdankt sich hauptsächlich dem Um- bzw. (besser) Missstand, dass die überkommene Prädikationslehre meist nicht zwischen der Redehandlung als ganzer und der Teilhandlung des Prädizierens unterscheiden. So wird das Zu- und das Absprechen selbst eine Redehandlung und nicht eine Teilhandlung einer so und so beschaffenen Redehandlung. Dieser Umstand führt dann häufig zu Konfusionen, insbesondere dann, wenn es um die bisher ausgeblendeten, aber sogleich zu behandelnden Fragen des korrekten Prädizierens geht.

6.3.2. Die Wahrheit elementarer Aussagen

Das Prädizieren in allen seinen Spielarten ist in (hier stets: kognitiven) Redehandlungen eingebettet. Diese Vollzüge können nun regelgemäß bzw. korrekt oder regelwidrig bzw. inkorrekt ins Werk gesetzt werden; entsprechend sind korrekte von inkorrekten Prädikationen zu unterscheiden. Der Maßstab der Korrektheit wird dabei stets von den einschlägigen Redehandlungsregeln gebildet.

Angenommen, eine z.B. philosophiehistorische Sprache wäre so eingerichtet, dass man Kennzeichnungen (↑7) nur dann verwenden dürfte, wenn für die Kennzeichnungsformel die Einzigkeitsbedingung erfüllt wäre, dann würde man mit ʽOb: Ist-Empirist(der Verfasser der „Principia Mathematica“)’ oder mit ʽWäre: Ist-Empirist(der Verfasser der „Principia Mathematica“)’ eine inkorrekte nicht-substantielle Prädikation vollziehen. Hingegen führte man mit Äußerung von ʽOb: Ist-Empirist(Russell)’ oder mit ʽWäre: Ist-Empirist(Russell)’ korrekt nicht-substantielle Prädikationen aus. So ist ferner jede Folgerung und damit auch jede Prädikation der Art ʽAlso: Russell=Russell’ korrekt; und auch die subsidiäre Prädikation von ʽIst-schlechtbeweibt(..)’ von Sokrates, die mit ʽAlso: Ist-schlechtbeweibt(Sokrates)’ vollzogen wird, ist korrekt, wenn für eine Folgerungsregel im voranstehenden Diskurs ein passendes Anwendungsszenario bereitsteht, z.B. eine Subjunktion mit der betrachteten Aussage als Sukzedens und ferner das Antezedens dieser Subjunktion.

Vollständig analog ist im Bereich des substantiellen Prädizierens, des Zu- und des Absprechens, zu verfahren. Angenommen, die Regel des Vermutens verlangt u.a. Verträglichkeit mit den schon als wahr etablierten Aussagen, dann wäre mit der Äußerung von ʽVermutlich: nicht(Ist-Philosoph(Sokrates))’ eine inkorrekte Vermutung und damit eine inkorrekte schwache Absprechung ausgeführt. Verlangt man für das Bezweifeln Unverträglichkeit mit schon als wahr oder als mutmaßlich wahr etablierten Aussagen, dann vollzöge man mit ʽIch bezweifle: Ist-gutbeweibt(Sokrates)’ eine korrekte schwache Absprechung.

Im alethischen Bereich soll das starke Zu- und Absprechen betrachtet werden, insoweit es in affirmative Redehandlungen eingebettet ist; mit negativen Redehandlungen ist analog zu verfahren. Ausgangspunkt ist folgende Liste:

[23] a) Axiom: Ist-eine-natürliche-Zahl(0)

b) Feststellung: Ist-größer-als(Hans, Inge)

c) Es-gilt: nicht(Ist-größer-als(Inge, Hans))

d) Definition: 1 = der-Nachfolger-von(0)

Mit der Äußerung von a) wird dem ʽ0’-Nominatum der Prädikator ʽIst-eine-natürliche-Zahl(..)’ korrekt zugesprochen: Die Regel für das axiomatische Setzen, die lediglich Verträglichkeit mit schon gesetzten Aussagen fordert, wird bei dieser (unterstellterweise) ersten Setzung trivial befolgt. Ein inkorrektes Absprechen läge demzufolge dann vor, wenn die Reihe der Setzungen mit der Äußerung von ‘Axiom: nicht(Ist-eine-natürliche-Zahl(0))’ fortgesetzt würde. – Insoweit mit a) eine korrekte starke Zusprechung vollzogen wird, trifft der Prädikator ‘Ist-eine-natürliche-Zahl(..)’ auf das ‘0’-Nominatum zu bzw. er ist wahr von dem ‘0’-Nominatum.

Mit der Äußerung von b) wird dem ‘Hans’-Referenten und dem ‘Inge’-Referenten der Prädikator ‘Ist-größer-als(..,..)’ nach Ausführung einer (z.B. messenden) Vergleichsoperation (unterstellterweise) korrekt zugesprochen. Die einschlägige Konstatierungsregel ist (unterstellterweise) erfüllt. Ein inkorrektes Zusprechen oder auch Absprechen läge vor, wenn das Konstatieren einer elementaren Aussage nicht durch eine entsprechende Konstatierungsregel abgedeckt wäre. – Insoweit mit b) eine korrekte starke Zusprechung vollzogen wird, trifft der Prädikator ‘Ist-größer-als(..,..)’ auf Hans und Inge zu bzw. ist wahr von Hans und Inge.

Mit der Äußerung von c) wird eine Absprechung vollzogen. Es möge folgende Begründung vorgelegt werden: Da: Ist-größer-als(Hans, Inge). Da: Für alle *x*, *y* (Ist-größer-als(*x*, *y*) $\rightarrow$ nicht(Ist-größer-als(*y*, *x*))). Also: Ist-größer-als(Hans, Inge) $\rightarrow$ nicht(Ist-größer-als(Inge, Hans)). Also: nicht(Ist-größer-als(Inge, Hans)). Es gibt also eine einschlägige Begründung für die behauptete Elementaraussage. Insoweit liegt eine korrekte Absprechung vor: Der Prädikator ‘Ist-größer-als(..,..)’ geht fehl von bzw. ist falsch von Inge und Hans. – Wird eine Behauptung einer Elementaraussage vorgetragen, für die es keine Begründung gibt, dann entspricht dieser Vollzug nicht der Behauptungsregel und ist damit inkorrekt; es kann weder eine korrekte Zu- noch eine korrekte Absprechung vorliegen.

Mit der Äußerung von d) wird der Identitätsprädikator (im unterstellten üblichen Aufbau einer arithmetischen Sprache) korrekt zugesprochen. Inkorrekt wäre (in einem solchen Aufbau) etwa die definitorische Setzung von ‘0 = der-Nachfolger-von(1)’: Die Definitionsregel lässt es nicht zu, dass ein schon etablierter Ausdruck, hier: die Individuenkonstante ‘0’, neuerlich etabliert wird. – Insoweit in d) eine korrekte Zusprechung des Identitätsprädikators stattfindet, trifft der Identitätsprädikator auf 1 und den Nachfolger von 0 zu bzw. ist von diesen beiden Gebilden in dieser Reihenfolge wahr.

Mit der Betrachtung dieser Beispiele ist bereits die Perspektive zur Behandlung der Wahrheit von elementaren Aussagen eingerichtet. Sie unterscheidet sich nicht von der alethiologischen Generalperspektive bzw. lässt keine Modifikation dieses Sichtungsrahmens als angezeigt erscheinen: Eine Aussage Δ ist in einer Sprache *S* wahr genau dann, wenn sie zufolge einer Wahrheitsregel (= einer Behauptungsregel, einer Konstatierungsregel, einer Setzungsregel, einer Definitionsregel usf.) korrekt als wahr klassifiziert werden kann, wenn sie also Theorem, Empirem, Axiom oder Definition usf. ist. Eben dies gilt, wie exemplarisch vorgeführt, auch für elementare Aussagen.

Die Wendung '..ist wahr von..' bzw. '..trifft zu auf..' lässt sich im Rückgriff auf den allgemeinen Wahrheitsbegriff erklären: Ein Prädikator Φ ist wahr von den resp. trifft zu auf die $\vartheta_1,...,\vartheta_n$-Nominata genau dann, wenn die Aussage $\Phi(\vartheta_1,...,\vartheta_n)$ wahr ist. Die Wendungen '..ist wahr von..' bzw. '..trifft zu auf..' besitzen zahlreiche Synonyme, z.B. diese: '..gilt von..', '..ist (mit Recht) anwendbar auf..', '..ist .. (mit Recht) zuschreibbar', '..ist..(mit Recht) zusprechbar' '..ist..beilegbar'. – Die Wendung '..ist falsch von..' wird entsprechend charakterisiert: Φ ist falsch resp. geht fehl von den $\vartheta_1,...,\vartheta_n$-Nominata bzw. ist diesen mit Recht absprechbar genau dann, wenn die Aussage $\Phi(\vartheta_1,...,\vartheta_n)$ falsch ist (oder die Negation von $\Phi(\vartheta_1,...,\vartheta_n)$ wahr ist); für die Charakterisierung der Falschheit bestehen, ist Wahrheit einmal bestimmt, verschiedene Möglichkeiten (↑).

Die Frage nach der Wahrheit bzw. Falschheit von elementaren Aussagen führt (wie die generelle Frage nach Wahrheit und Falschheit von Aussagen) zu den Regeln für die alethischen Vollzüge, genauer: in das Antezedens dieser Regeln und damit auf die Bedeutung der an der Aussage beteiligten Ausdrücke. Um in einer Sprache über die Wahrheit/Falschheit von Aussagen zu befinden bzw. um diese Befindungsverfahren zu analysieren, rekurriert man hingegen nicht auf Eigenschaften oder Begriffe oder Ideen oder Klassen, die den Nominata zukommen oder abgehen bzw. unter oder neben die die Nominata fallen bzw. an denen die Nominata teilhaben oder auch nicht bzw. von denen die Nominata Element sind oder nicht. Die Rede von Begriffen, Eigenschaften, Ideen oder Klassen, vom Zukommen und Abgehen, vom Fallen-unter und Fallen-neben, vom Teilhaben und Nicht-Teilhaben, vom Element- oder Nicht-Element-Sein hat offenkundig eine andere Funktion (↑6.3.3).

Zur Erleichterung des Verständnisses der prädikationstheoretischen Literatur sind abschließend zwei Hinweise angezeigt. Erstens: Die keimzentrierte Auffassung der Sprache konzipiert Sprachen als einen Prozess, dessen Ausgangs- und Rekurspunkt die ›Keime‹ der elementaren Prädikation sind. Ausgehend von diesen Keimen können dann Zug um Zug logische Operatoren etabliert und motiviert/gerechtfertigt werden. Dabei wird die elementare Prädikation etwas anders konzipiert: Das Zusprechen und das Absprechen sind selbst eigenständige Redehandlungen; ein Negator ist auf dieser untersten Stufe noch nicht vorhanden. Anzunehmen sind dann also geeignete Performatoren und eigene Regeln für das Zu- und Absprechen: Als eigenständige Redehandlungen sind sie eben nicht in andere Redehandlungen eingebettet; das Behaupten ist auf dieser Entwicklungsstufe noch gar nicht vorhanden. – Hat man in einem späteren Stadium das Folgern und das Behaupten eingerichtet, dann ist darauf zu achten, dass das Zu- und Absprechen als autonome Redehandlungen nicht mit dem Zu- und Absprechen als Teilhandlung von Redehandlungen konfundiert wird.

Zweitens: Im Zuge der Erläuterung des Prädizierens spielen in der Literatur die Bezugnahme auf Tätigkeiten wie Charakterisieren, Einordnen, Klassifizieren, Rubrizieren, Bestimmen, Subsumieren, Vergleichen, Gleichsetzen, Unterscheiden, Ab- bzw. Ausgrenzen und viele andere eine Rolle. Bezüglich solcher Versuche ist eine Warnung angezeigt: Die erläuternde Funktion kann nur dann erfolgreich wahrgenommen werden, wenn die aufgezählten Handlungen ihrerseits ohne Rückgriff auf das Prädizieren charakterisiert worden sind bzw. (in einem bestimmten Rahmen) charakterisierbar sind. Prima facie scheint eher der umgekehrte Weg aussichtsreich. So könnte man etwa den Unterscheidungsprädikator so explizieren: Ein Autor *A* unterscheidet *x* von *y* mittels Φ genau dann, wenn er Φ *x* korrekt im starken Sinne zuspricht und Φ *y* in starkem Sinne korrekt abspricht, oder umgekehrt; so lässt sich etwa mit ‘Ist-Philosoph(..)’ Aristoteles von Alexander dem Großen unterscheiden. Prädikatoren (oder die zugeordneten Begriffe oder Eigenschaften), mit denen man unterscheiden kann, könnte man als unterscheidende Prädikatoren, kurz: als Unterschiede, ansprechen. Die in einer Sprache vorhandenen Unterschiede fallen mit den normalen Prädikatoren dieser Sprache zusammen.

6.3.3. Universalien: Prädikator – Begriff – Eigenschaft – Klasse

Nach den bisherigen Erläuterungen gilt: Eine atomare Aussage $\Phi(\theta)$ ist wahr genau dann, wenn der Prädikator Φ auf den θ-Referenten zutrifft; falsch ist eine derartige Aussage genau dann, wenn der Prädikator Φ den θ-Referenten verfehlt. Da ‘Ist-Primzahl(2)’ wahr ist, trifft ‘ist-Primzahl(..)’ auf den ‘2’-Referenten, also auf 2, zu. Da ‘Ist-Primzahl(4)’ falsch ist, verfehlt ‘ist-Primzahl(..)’ den ‘4’-Referenten, also die 4. Die Erklärungsrichtung sollte dabei die sein, dass mit Hilfe der allgemeinen alethiologischen Prädikatoren ‘wahr’ und ‘falsch’ das spezielle alethiologische Sprechen vom Zutreffen und Verfehlen von Prädikatoren auf Nominata charakterisiert wird.

Mit den Prädikatoren (in bestimmungsbedürftiger Weise) ›verbunden‹ sind nun Begriffe, Eigenschaften und Klassen; und die Rede von Zutreffen und Fehlgehen von Prädikatoren findet (in ebenfalls erläuterungsbedürftiger Weise) Übertragung auf Begriffe, Eigenschaften und Klassen. So spricht man davon, dass z.B. die 2 bzw. die 4 unter bzw. neben den Begriff der Primzahl fällt, dass die Primzahleigenschaft der 2 bzw. der 4 zukommt bzw. abgeht, dass die 2 bzw. die 4 Element bzw. Nicht-Element der Klasse der Primzahlen ist.

Zwischen diesen Redeweisen besteht ein Genau-dann-wenn-Zusammenhang, der unabhängig von der jeweiligen Auffassung von Begriffen, Eigenschaften und Klassen akzeptiert wird. Ausführlich sowohl für die Wahr- wie auch die Falsch-Seite formuliert: (i) Die Aussage ‘Ist-Primzahl(2)’ ist genau dann wahr, wenn der Prädikator ‘Ist-Primzahl(..)’ auf den-‘2’-Referenten zutrifft; der Prädikator ‘Ist-Primzahl(..)’ trifft genau dann auf den-‘2’-Referenten zu, wenn der-‘2’-Referent unter den-Begriff-zu ‘Ist-Primzahl(..)’ fällt; der-‘2’-Referent fällt unter den-Begriff-zu ‘Ist-Primzahl(..)’ genau dann, wenn die-Eigenschaft-zu ‘Ist-eine-Primzahl(..)’ dem-‘2’-Referenten zukommt; die-Eigenschaft-zu ‘Ist-eine-Primzahl(..)’ kommt dem-‘2’-Referenten genau dann zu, wenn der-‘2’-Referent Element der-Klasse-zu ‘Ist-Primzahl(..)’ ist. (ii) Die Aussage ‘Ist-Primzahl(4)’ ist genau dann falsch, wenn der Prädikator ‘Ist-Primzahl(..)’ den-‘4’-Referenten verfehlt; der Prädikator ‘Ist-Primzahl(..)’ verfehlt genau dann den-‘4’-Referenten, wenn der-‘4’-Referent neben den-Begriff-zu ‘Ist-Primzahl(..)’ fällt; der-‘4’-Referent fällt neben den-Begriff-zu ‘Ist-Primzahl(..)’ genau dann, wenn die-Eigenschaft-zu ‘Ist-eine-Primzahl(..)’ dem-‘4’-Referenten abgeht; die-Eigenschaft-zu ‘Ist-eine-Primzahl(..)’ geht dem-‘4’-Referenten genau dann ab, wenn der-‘4’-Referent Nicht-Element der-Klasse-zu ‘Ist-Primzahl(..)’ ist.

Der exemplarisch vorgeführte Zusammenhang zwischen Prädikator, Begriff, Eigenschaft und Klasse lässt sich allgemein und unter Berücksichtigung des Sprachbezugs zum (affirmativen bzw. negativen) <u>Hauptsatz der Universalienlehre</u> verallgemeinern; die affirmative Variante lautet:

[24] Wenn *S* eine Standardsprache erster Stufe ist und Φ ein einstelliger Prädikator von *S* ist und θ ein Nominator von *S* ist, dann gilt:

a) Die Aussage $\Phi(\theta)$ ist wahr in *S*

gdw

b) der Prädikator Φ trifft auf den-θ-Referenten in *S* zu

gdw

c) der-θ-Referent fällt in *S* unter den-Begriff-zu Φ

gdw

d) die-Φ-Eigenschaft kommt in *S* dem-θ-Referenten zu

gdw

e) der-θ-Referent ist in *S* Element der-Φ-Klasse

Die negative, der Falschheit gewidmete Variante besitzt entsprechend folgenden Wortlaut:

[25] Wenn *S* eine Standardsprache erster Stufe ist, Φ ein einstelliger Prädikator von *S* ist und θ ein Nominator von *S* ist, dann gilt:

a) Die Aussage $\Phi(\theta)$ ist falsch in *S*

gdw

b) der Prädikator Φ verfehlt in *S* den-θ-Referenten

gdw

c) der-θ-Referent fällt in *S* neben den-Begriff-zu Φ

gdw

d) die-Φ-Eigenschaft geht dem-θ-Referenten in *S* ab

gdw

e) der-θ-Referent ist in *S* Nicht-Element der-Φ-Klasse

Die Betitelung des notierten Satzes bedarf einer ausführlicheren (etymologischen und historischen) Erläuterung: Ein Universale ist dem Wortsinn nach ein Allgemeines; und Prädikatoren sind all den Einzelnen bzw. Singulären gemein(sam), auf die sie zutreffen. Deshalb gelten – zunächst und wenigstens an der Oberfläche – die Prädikatoren als Universalien. Mit Prädikatoren verbunden werden aber, wie schon bemerkt, Begriffe, Eigenschaften und (historisch später) Klassen; und der überkommene, insbesondere im späten Mittelalter ausgetragene, aber immer wieder aufflammende Streit geht darum, ob nicht etwa Eigenschaften oder Begriffe (oder eine weitere Entitätensorte) in einem ›ursprünglichen‹ oder ›eigentlichen‹ Sinn Universalien sind.

In dieser Kontroverse kristallisierten sich (wenigstens) drei Problemgruppen heraus, die im Sinne der Startinformation so wiedergegeben werden können: (i) Fragen nach der Natur von Universalien: Was sind überhaupt Universalien? Wie soll der Prädikator ‘..ist-Universale(-in..)’ expliziert werden? Stellen sich auf Basis einer derartigen Explikation Prädikatoren, Begriffe, Eigenschaften, Klassen oder andere, hier nicht aufgezählte Gebilde als Universalien heraus? (ii) Fragen nach der Existenz bzw. Existenzform: Existieren Universalien (›überhaupt‹)? Wenn ja: Handelt es sich um sprachliche, sprachabhängige, mentale, geistabhängige, subjektive usf. oder um nichtsprachliche, sprachunabhängige, reale, geistunabhängige, objektive usf. Gebilde? (iii) Fragen der Zugänglichkeit: Sind die (so oder so bestimmten) Universalien der Erkenntnis ›zugänglich‹. Wenn ja: Worin besteht diese Zugänglichkeit?

An diesem Fragekatalog fällt zweierlei auf: Zum einen handelt es sich durchweg um Frageprovisorien; Antworten werden variieren je nachdem, wie die Eigenausdrücke der Fragen expliziert werden. Zum anderen – und in Konkretisierung des gerade namhaft gemachten Gesichtspunktes – sollten im Sinne der methodischen Ordnung die Fragen nach der Natur der Universalien als erste beantwortet werden.

Der Hauptsatz hat nun insofern eine Sonderstellung, als alle Parteien geeint sind in dem Willen, ihm in ihrem Ansatz als Theorem Geltung zu verschaffen. Dies kann freilich nur dadurch geschehen, dass den beteiligten Eigenausdrücken eine entsprechende Bedeutung verliehen bzw. in Anspruch genommen wird; für den Schritt von a) zu b) wurde dies bereits getan. – Ohne nun auf Vorzüge und Abträglichkeiten konkurrierender Ansätze einzugehen, sollen die Redeteile aus der Begriffs- und der Eigenschaftsgruppe so weit expliziert werden, dass die Übergänge nach c) und d) einsichtig werden. Dabei wird auch die Perspektive deutlich, in die die Universaliendebatte gestellt wird. Dadurch zeichnen sich Antworten auf einige Fragen des eben präsentierten Katalogs ab.

Die Mitglieder der um die Vokabel ‘Begriff’ gescharten Vokabelmannschaft haben meist mehrere Bedeutungen und zahlreiche Synonyme. Die folgenden Erläuterungen verzichten auf die Behandlung des Ambiguitäts- und des Synonymitätssyndroms (und auch auf die Ausführung weiterer präexplikativer Sondierungen); dasselbe gilt für die anschließenden Explikationsbemühungen zur Eigenschaftsrede; auch die Beschränkung auf einstellige Prädikatoren wird aufrechterhalten.

Jedem Benutzer von Gebrauchssprachen ist das Phänomen der <u>Synonymie</u> geläufig: Prädikatoren sind synonym resp. verwendungsgleich resp. bedeutungsgleich, wenn sie bei Wahrung der Korrektheit der jeweiligen Redehandlung, in deren Satz sie Teilausdruck sind, austauschbar sind. In der hier benutzen Sprache sind z.B. die zweistelligen Prädikatoren ‘..ist-verwendungsgleich-mit..’, ‘..ist-bedeutungsgleich-mit..’, ‘..ist-synonym-mit..’ verwendungsgleiche Redeteile. In der kulinarischen Sprache wären etwa ‘..ist-Kirschtomate’, ‘..ist-Cherrytomate’, ‘..ist-Cocktailtomate’ synonyme einstellige Prädikatoren. In einer mathematischen Sprache könnten ‘..ist-leere-Menge’, ‘..ist-leere-Klasse’, ‘..ist-Nullmenge’, ‘..ist-Nullklasse’ als bedeutungsgleiche einstellige Prädikatoren auftreten.

Die genauere Charakterisierung der Synonymiebeziehung kann nur relativ auf eine entsprechend scharf umrissene Sprache erfolgen. Für die weiteren Überlegungen ausschlaggebend ist nur dies: ‘..ist-synonym-mit..(in..)’ ist als Gleichheitsprädikator auf ‘..ist- einstelliger-Prädikator(-in..)‘ erklärt (↑6.2.4.6). Eigenschaften wie Einstelligkeit, Exemplifizierbarkeit, Subprädikatorschaft oder Sortalität (und viele andere) sind nun in folgendem Sinn invariant bezüglich der Synonymiebeziehung: Ist ein Prädikator einstellig, exemplifizierbar, Subprädikator (von diesem oder jenem Prädikator), ein Sortal, dann ist auch jeder zu ihm synonyme Prädikator einstellig, exemplifizierbar, Subprädikator oder Sortal. So ist etwa ‘..ist-Cherrytomate’ einstellig, exemplifizierbar, Subprädikator z.B. von ‘..ist-Tomate’ und überdies sortaler Prädikator;

selbiges trifft auch auf alle Synonyme zu. Es ist ferner ‘..ist-leere-Klasse’ exklusiv-exemplifizierbar; auch dieses trifft auf die Synonyme zu. Will man nun markieren, dass man über einen Prädikator synonymieinvariant redet, dann kann man dies durch Vorsetzung des Funktors ‘der-Begriff-zu..(in..)’ zu verstehen geben: ‘der-Begriff-zu ‘..ist-Cocktailtomate’’ meint dann dasselbe wie das an ‘..ist-Cocktailtomate’ Invariante bezüglich Synonymie.

Um diese Intuition genauer formulieren zu können, muss zunächst die Beziehung zwischen dem Prädikator und seiner Invariante von der strukturellen Seite her gestaltet werden: (i) Nach dem Existenzpostulat soll jeder Prädikator wenigstens eine Invariante (= einen Begriff) bedeuten. (ii) Nach dem Korrelationspostulat gilt: Prädikatoren Φ, Ψ sollen genau dann synonym sein, wenn sie dasselbe bedeuten. (iii) Nach dem Differenzpostulat wird kein Prädikator seinerseits bedeutet.

Vor dem Hintergrund der so verfassten Bedeutungsrelation lässt sich dann die Funktionskonstante ‘der-Begriff-zu..in..’ in folgender Weise bedingt definieren: Wenn *S* eine Sprache erster Stufe ist und Φ ein einstelliger Prädikator von *S* ist, dann gilt für beliebige *x*: der-Begriff-zu Φ in *S* = *x* gdw Φ bedeutet *x.* Kurz: Begriffe sind das von Prädikatoren Bedeutete. Eine unmittelbare Konsequenz lautet: Sind Prädikatoren in ihrem Begriff identisch, so sind sie synonym – und umgekehrt.

Will man den Unterschied zwischen Prädikatoren und (ihren) Begriffen wahren, dann müssen die invarianten Redeteile an die Begriffe adjustiert werden. So sollen z.B. die Prädikatoren ‘..ist-leer’ und ‘..ist-erfüllbar’ als Adjustierungen der Redeteile ‘..ist-exempelfrei’ und ‘..ist-exemplifizierbar’ in folgender Weise etabliert werden: *x* ist leer bzw. erfüllbar genau dann, wenn es einen Prädikator Φ gibt, so dass *x* = der-Begriff-zu Φ und Φ ist exempelfrei bzw. exemplifizierbar. Der Prädikator ‘..ist-Unterbegriff-von..’ wird als Adjustierung von ‘..ist-Subprädikator-von..’ definiert: *x* ist Unterbegriff von *y* dann und nur dann, wenn es Prädikatoren Φ, Ψ gibt, so dass x = der-Begriff-zu Φ und *y* der-Begriff-zu Ψ und Φ ist Subprädikator zu Ψ.

Die Rede vom Fallen-unter-einen-Begriff und vom Fallen-neben-einen Begriff lassen sich nun gerade als Adjustierungen des Zutreffens bzw. des Fehlgehens bezüglich der zweiten Stelle definieren: *x* fällt unter resp. neben *y* genau dann, wenn es einen Nominator θ und einen Prädikator Φ gibt, so dass *x* = der-Referent-von θ und *y* = der-Begriff-zu Φ und Φ trifft zu auf bzw. geht fehl von dem-Referent-von θ. Aus diesen Festlegungen folgt unmittelbar der Übergang von b) zu c): Φ triff zu auf bzw. geht fehl von dem-θ-Referenten genau dann, wenn der-θ-Referent unter bzw. neben den-Begriff-zu Φ fällt.

Die Funktionskonstante ‘der-Begriff-zu..in..’ wurde im Rückgriff auf die Gleichheitsbeziehung der Synonymie etabliert. Zwischen Prädikatoren bestehen aber noch andere Äquivalenzen, u.a. die früher bereits definierte und mit Beispielen versehene Koextensionalität: Prädikatoren Φ, Ψ sind genau dann koextensional in einer Sprache, wenn Φ Sub- und Superprädikator von Ψ ist. So sind z.B. in der arithmetischen Sprache die Prädikatoren ‘Ist-Primzahl(..)’ und ‘λx(Ist-Teilbar-durch(x,x) $\wedge$ Ist-Teilbar-durch(x,1))(..)’ koextensional. In der biologischen Sprache sind die Prädikatkonstanten ‘Ist-Lebewesen-mit-Herz(..)’ und ‘Ist-Lebewesen-mit-Nieren(..)’ koextensional. Es handelt sich ersichtlich um einen Gleichheitsprädikator, auf dem Bereich der Prädikatoren, der wiederum die Etablierung eines Abstraktums, in diesem Fall, die Etablierung von Eigenschaften ermöglicht.

Um Eigenschaften als das an Prädikatoren Invariante bezüglich Koextensionalität darstellen zu können, ist es wiederum nötig, zwischen den Prädikatoren und dieser Invariante eine Relation, die Bezeichnungsbeziehung, gemäß den von der Synonymie her bekannten Postulaten zu gestalten: (i) Jeder Prädikator hat wenigstens ein Bezeichnetes. (ii) Prädikatoren Φ, Ψ bezeichnen genau dasselbe, wenn sie koextensional sind. (iii) Kein Bezeichnetes ist seinerseits Prädikator. – Damit lässt sich definieren: Wenn *S* eine Sprache erster Stufe ist und Φ ein einstelliger Prädikator von *S* ist, dann gilt für beliebige *x*: die-Eigenschaft-zu Φ in *S* = *x* gdw Φ bezeichnet *x.* Kurz: Eigenschaften sind das von Prädikatoren Bezeichnete. Eine unmittelbare Konsequenz lautet: Sind Prädikatoren in ihrer Eigenschaft identisch, so sind sie koextensional – und umgekehrt.

Wiederum können, ganz analog zum Vorgehen bei den Begriffen, invariante Redeteile adjustiert werden: So sollen z.B. die Prädikatoren ‘..ist-instanzenfrei’ und ‘..ist-instanziierbar’ als Adjustierungen der Redeteile ‘..ist-exemplefrei’ und ‘..ist-exemplifizierbar’ in folgender Weise etabliert werden: *x* ist instanzenfrei bzw. instanziierbar genau dann, wenn es einen Prädikator Φ gibt, so dass *x* = die-Eigenschaft-zu Φ und Φ ist exempelfrei bzw. exemplifizierbar. Unter Einbezug der analogen Adjustierungen in der Begriffsrede gilt dann: Ein Prädikator Φ ist exempelfrei bzw. exemplifizierbar genau dann, wenn der bedeutete Begriff leer bzw. erfüllbar ist; und das ist wiederum genau dann der Fall, wenn die bezeichnete Eigenschaft instanzenfrei bzw. instanziierbar ist.

Die Rede vom Zukommen und vom Abgehen einer Eigenschaft lässt sich wiederum als Adjustierungen des Zutreffens bzw. des Fehlgehens bezüglich der zweiten Stelle definieren: *x* kommt *y* zu resp. geht *y* ab genau dann, wenn es einen Nominator θ und einen Prädikator Φ gibt, so dass *x* = der-Referent-von θ und *y* = die-Eigenschaft-zu Φ und Φ trifft zu auf bzw. geht fehl von dem-Referent-von θ. Aus diesen Festlegungen folgt unmittelbar der Übergang von b) zu d): Φ trifft zu auf bzw. geht fehl von dem-θ-Referenten genau dann, wenn die-Eigenschaft-zu Φ dem-θ-Referenten zukommt bzw. abgeht. Damit lässt sich insgesamt auch der Zusammenhang zwischen c) und d) klären: Die-Eigenschaft-zu Φ kommt dem-θ-Referenten genau dann zu bzw. geht ihm genau dann ab, wenn der-θ-Referent unter bzw. neben den Φ-Begriff fällt.

Mit der Skizzierung (eines Teils) der Begriffs- und der Eigenschaftsrede zeichnen sich auch schon Möglichkeiten ab, sog. abstrakte singuläre Terme ordnungsgemäß zu etablieren. So könnte etwa ‘Röte’ durch Setzung der Aussage ‘Röte = die-Eigenschaft-zu ‘Ist-rot(..)’’ und ‘Rotheit’ durch Setzung der Aussage ‘Rotheit = der-Begriff-zu ‘Ist-rot(..)’’ definiert werden. Es gilt dann: Der Prädikator ‘Ist-rot(..)’ trifft auf einen geeigneten Referenten genau dann zu bzw. geht von ihm genau dann fehl, wenn ihm Röte zukommt bzw. abgeht; das ist wiederum genau dann der Fall, wenn er unter bzw. neben Rotheit fällt.

Ob man nun Prädikatoren, Begriffe oder Eigenschaften – oder vielleicht andere Abstrakta von Prädikatoren – als Universalien wählt, mag hier offenbleiben. Ebenso wenig soll entschieden werden, ob man die (platonische) Rede von Ideen und der Teilhabe von Einzeldingen an Ideen mit der Etablierung von Begriffen und Eigenschaften und den entsprechenden Adjustierungen als bereits rekonstruiert ansieht oder ob man dazu eigene (, aber analoge) Anstrengungen unternimmt. Entscheidend ist für den vorgetragenen Ansatz lediglich zweierlei: Zum einen sind die allgemeinen Wahrheitsprädikatoren in der Explikationsordnung ein Explikans für die abstraktiven Vokabeln – und nicht umgekehrt. Zum anderen verdanken sich die Begriffs- und die Eigenschaftsrede dem Interesse an der bezüglich Synonymie oder Koextensionalität invarianten Rede über Prädikatoren; sie werden hingegen nicht von davon verschiedenen ›ontologischen‹ Interessen auf die Bahn gebracht.

Im vorgegebenen Rahmen und bei Deutung der Existenzrede im Sinne des Partikularquantors lassen sich einige der Fragen nach der Existenz von Begriffen oder Eigenschaften unschwer affirmativ beantworten. Insoweit Begriffe und Eigenschaften von Prädikatoren verschiedene Gebilde sind, könnte man sie als nichtsprachliche Entitäten auffassen. Insoweit jedoch nur von Prädikatoren bedeutete oder bezeichnete Gegebenheiten Begriffe resp. Eigenschaften sind, wären sie als sprachgebunden anzusehen. – Begriffe und Eigenschaften sind ferner insofern der Erkenntnis zugänglich, als man, wie gesehen, mit den entsprechenden Redeteilen, z.B. mit den Funktionskonstanten ‘der-Begriff-zu..in..’ und ‘die-Eigenschaft-zu..in..’, Einsichten formulieren kann, also z.B. Behauptungen aufstellen und begründen kann, die die erwähnten Zeichenverbindungen zum Teilausdruck haben.

Angenommen, ein Autor behauptet Aussagen wie ‘2 ist ein Primzahl’ oder ‘Eutyphron ist cool’. Damit stellt er diese Aussage bzw. den bedeuteten Gedanken bzw. die bedeutete Proposition als wahr hin. Es wäre nun nicht fernliegend, die Eigenschaftsrede so weiterzubilden und das Konzept des Etwas-an-etwas-erkennen so zu explizieren, dass das bei Frege gelesene Kapitelmotto zum Theorem würde: „Immerhin gibt es zu denken, daß wir an keinem Dinge eine Eigenschaft erkennen können, ohne damit zugleich den Gedanken, daß dieses Ding diese Eigenschaft habe, wahr zu finden“.

6.4. Literatur

Kamlah/Lorenzen: Logische Propädeutik, 1.Kapitel „Die elementare Prädikation". – Beispiel für eine dreiteilige Prädikationskonzeption, die den Redehandlungsaspekt erst im nachhinein (in der zweiten Auflage im VI. Kapitel) ›einmontiert‹ hat.

Kraml: Sprachphilosophie II, 3.2. „Prädikatoren". – Kraml bietet eine Genese der sprachlichen Einrichtungen aus konstruktiver Perspektive; er ist (auch) als Beispiel für eine keimzentrierte Sprachauffassung zu lesen. Enthält ferner eine hilfreiche Übersicht zu materialen Prädikatorentypen.

Siegwart: Vorfragen zur Wahrheit, §18. – Bietet formale Distinktionen zum Prädizieren, insbesondere Desambiguierungen und ausführliche Synonymenlisten; enthält auch Hinweise zu nichtklassischen (dreiteiligen) Prädikationskonzepten und zu keimzentrierten Sprachkonzeptionen; einschlägig für 6.3.1 und 6.3.2.

Siegwart: Begriff. – Entwickelt auf Handbuchniveau die im Text dargelegte Charakterisierung des Begriffs unter Beachtung der üblichen Anforderungen an Explikationen; einschlägig für 6.3.3.

Siegwart: Moderne Abstraktionstheorie. – Stellt auf Handbuchniveau das Verfahren der Abstraktion unter einer Gleichheit dar; einschlägig für 6.3.3.

Sinowjew/Wessel: Logische Sprachregeln. Siebentes Kapitel „Einfache Aussagen". – Entwickelt eine dreiteilige Konzeption der atomaren Aussage mit einem Operator der Unbestimmtheit.

Tugendhat/Wolf: Logisch-semantische Propädeutik, Kapitel 8. – Klare Schilderung der Prädikationskonzeption(en) in der analytischen Philosophie vor ihrem historischen Hintergrund.