

## Ein Teddybär für Philosophen

### Grammatik, Logik, Definitorik

„Break every rule!“

Tina Turner

#### 1. Grammatik für Standardsprachen erster Stufe

Sprachliche Gegebenheiten lassen sich im Lichte verschiedener Grammatiken betrachten. Grammatiken, die zum Zwecke der Analyse und Organisation kognitiver Redehandlungen konzipiert werden, heißen *logische Grammatiken*. Aus der Vielzahl logischer Grammatiken interessiert im folgenden ausschließlich die *Standardgrammatik erster Stufe*. Sprachen mit einer solchen Grammatik sind *Standardsprachen erster Stufe*.

Die Klasse der *(Individuen)Konstanten*  $\alpha$ , der *(Individuen)Parameter*  $\beta$ , der *(Individuen)Variablen*  $\omega$ , der  $n$ -stelligen *Funktoren*  $\varphi^n$  (mit  $n \geq 1$ ), der  $n$ -stelligen *Prädikatoren*  $\phi^n$  (mit  $n \geq 1$ ), der  $n$ -stelligen *Junktoren*  $\psi^n$  (mit  $n \geq 1$ ), der *Quantifikatoren*  $\Pi$  und der *Performatoren*  $\Xi$  bilden die *atomaren Kategorien* einer Standardsprache erster Stufe. Elemente einer atomaren Kategorie sind *atomare Ausdrücke*.

Konstanten, Variablen und Parameter sind *atomare Terme*.  $\vartheta$  ist genau dann ein *Term*, wenn  $\vartheta$  Atomterm ist oder aus der Anwendung eines  $n$ -stelligen Funktors  $\varphi^n$  auf  $n$  Terme  $\vartheta_1, \dots, \vartheta_n$  entsteht. Terme, die keine atomaren Terme sind, sind *funktorielle Terme*.  $\vartheta$  ist *Teilterm des Terms*  $\vartheta'$  genau dann, wenn (i)  $\vartheta'$  atomarer Term ist und  $\vartheta = \vartheta'$  oder (ii)  $\vartheta'$  ist funktorieller Term  $\varphi^n(\vartheta_1, \dots, \vartheta_n)$  und (ii-i)  $\vartheta = \vartheta'$  oder (ii-ii)  $\vartheta$  ist Teilterm des Terms  $\vartheta_i$  für wenigstens ein  $i$  mit  $1 \leq i \leq n$ . -  $\vartheta$  ist ein *in*  $\omega$  *offener Term* genau dann, wenn  $\omega$  eine Variable und Teilterm des Terms  $\vartheta$  ist.  $\vartheta$  ist ein *offener Term*, falls es ein  $\omega$  gibt, so daß  $\vartheta$  ein in  $\omega$  offener Term ist. *Geschlossene Terme* sind Terme, aber keine offenen Terme. *Nominatoren* sind die geschlossenen Terme, die keine Parameter zum Teilterm haben.



[1]  $B^{\omega_1, \dots, \omega_n}$

mitgeteilt. -  $\Sigma$  ist ein Satz genau dann, wenn  $\Sigma$  das Resultat der Anwendung eines Performators  $\Xi$  auf eine geschlossene Formel  $\Gamma$  ist.

Die Klasse der Quantoren, der funktoriellen Terme, der Formeln und der Sätze bilden die *molekularen Kategorien*. Elemente der molekularen Kategorien sind *molekulare Ausdrücke*. Die Ausdrücke einer Sprache sind ihre atomaren oder ihre molekularen Ausdrücke. -  $\mu$  ist *Teilausdruck des Terms*  $\vartheta$  genau dann, wenn  $\mu$  Teilterm des Terms  $\vartheta$  ist oder wenn  $\mu$  Funktor eines Teilterms des Terms  $\vartheta$  ist.  $\mu$  ist *Teilausdruck des Quantors*  $K$  genau dann, wenn  $\mu$  Quantifikator oder Variable von  $K$  ist oder mit  $K$  identisch ist.  $\mu$  ist *Teilausdruck der Formel*  $\Gamma$  genau dann, wenn (i)  $\mu$  ist Teilformel der Formel  $\Gamma$  oder (ii) es gibt eine Teilformel  $\Gamma'$  von  $\Gamma$ , so daß  $\mu$  Junktor von  $\Gamma'$  ist, oder (iii) es gibt eine Teilformel  $\Gamma'$  von  $\Gamma$ , so daß ein  $K$  Quantor von  $\Gamma'$  ist und  $\mu$  Teilausdruck des Quantors  $K$  ist oder (iv) es gibt eine Atomformel  $\Gamma'$ , die Teilformel von  $\Gamma$  ist, und  $\mu$  ist Prädikator von  $\Gamma$  oder (v) es gibt ein  $\vartheta$ , so daß  $\vartheta$  Teilterm der Formel  $\Gamma$  ist und  $\mu$  ist Teilausdruck des Terms  $\vartheta$ .  $\mu$  ist *Teilausdruck von*  $\Sigma$  genau dann, wenn  $\Sigma$  ein Satz  $\Xi\Gamma$  ist, so daß  $\mu$  Teilausdruck der Formel  $\Gamma$  ist oder  $\mu$  mit  $\Sigma$  oder mit  $\Xi$  identisch ist. *Atomare Teilausdrücke* - gleichgültig wovon - sind Teilausdrücke, die atomare Ausdrücke sind. - Für die hier fälligen Definitionen der verschiedenen Substitutionsbegriffe sei wegen des Aufwandes auf die Literatur verwiesen.<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup> Für die Definition der verschiedenen Substitutionsbegriffe ist insbesondere auf Kleinknecht 1979, Kap. 1, zu verweisen. Für die Definitionstheorie bevorzugt wichtig ist die ebd. § 3.8 behandelte Substitution von Formeln für Individuenkonstanten, Prädikatoren und Funktoren. – Die informelle Skizze der grammatischen Terminologie ist im Bedarfsfall einer rigorosen strukturellen Ausarbeitung fähig; vgl. z.B. Hinst 1985, Kap. 2.1.

## 2. Ein Regelwerk für das Schließen: Logik

P1 Wenn man eine Aussage  $\Gamma$  angenommen hat, dann hat man  $\Gamma$  in Abhängigkeit von  $\{\Gamma\}$  gewonnen.

P2 Wenn man eine Aussage  $\Gamma$  in Abhängigkeit von einer Aussagenmenge  $X$  gefolgert hat, dann hat man  $\Gamma$  in Abhängigkeit von  $X$  gewonnen.

AR Man darf jede beliebige Aussage (der jeweils zugrundegelegten Sprache) annehmen.

---

NE Wenn man in Abhängigkeit von einer Aussagenmenge  $X$  eine Aussage  $\Gamma$  gewonnen und in Abhängigkeit von einer Aussagenmenge  $Z$  die Negation von  $\Gamma$  gewonnen hat, wobei eine Aussage  $A \in X \cup Z$ , dann darf man in Abhängigkeit von  $(X \cup Z) \setminus \{A\}$  die Negation von  $A$  folgern.

NB Wenn man in Abhängigkeit von einer Aussagenmenge  $X$  die Negation der Negation einer Aussage  $\Gamma$  gewonnen hat, dann darf man  $\Gamma$  in Abhängigkeit von  $X$  folgern.

KE Wenn man in Abhängigkeit von einer Aussagenmenge  $X$  eine Aussage  $\Gamma$  und in Abhängigkeit von einer Aussagenmenge  $Z$  eine Aussage  $B$  gewonnen hat, dann darf man in Abhängigkeit von  $X \cup Z$  die Konjunktion aus  $\Gamma$  und  $B$  folgern.

KB Wenn man in Abhängigkeit von einer Aussagenmenge  $X$  die Konjunktion aus einer Aussage  $B$  und einer Aussage  $\Gamma$  gewonnen hat, dann darf man in Abhängigkeit von  $X$  sowohl  $B$  als auch  $\Gamma$  folgern.

AE Wenn man in Abhängigkeit von einer Aussagenmenge  $X$  eine Aussage  $\Gamma$  gewonnen hat, dann darf man in Abhängigkeit von  $X$  sowohl die Adjunktion aus einer Aussage  $B$  und  $\Gamma$  als auch die Adjunktion aus  $\Gamma$  und  $B$  folgern.

- AB Wenn man in Abhängigkeit von einer Aussagenmenge  $X$  die Adjunktion aus einer Aussage  $A$  und einer Aussage  $B$  gewonnen hat und in Abhängigkeit von einer Aussagenmenge  $Z$ , wobei  $A \in Z$ , eine Aussage  $\Gamma$  und in Abhängigkeit von einer Aussagenmenge  $Y$ , wobei  $B \in Y$ , ebenfalls  $\Gamma$  gewonnen hat, dann darf man in Abhängigkeit von  $X \cup (Z \setminus \{A\}) \cup (Y \setminus \{B\})$  die Aussage  $\Gamma$  folgern.
- SE Wenn man in Abhängigkeit von einer Aussagenmenge  $Y$ , wobei eine Aussage  $B \in Y$ , eine Aussage  $\Gamma$  gewonnen hat, dann darf man in Abhängigkeit von  $Y \setminus \{B\}$  die Subjunktion aus  $B$  und  $\Gamma$  folgern.
- SB Wenn man in Abhängigkeit von einer Aussagenmenge  $X$  die Subjunktion aus einer Aussage  $A$  und einer Aussage  $B$  gewonnen hat, wenn man ferner in Abhängigkeit von einer Aussagenmenge  $Y$  die Aussage  $A$  gewonnen hat, dann darf man in Abhängigkeit von  $X \cup Y$  die Aussage  $B$  folgern.
- BE Wenn man in Abhängigkeit von einer Aussagenmenge  $X$  die Subjunktion aus einer Aussage  $A$  und einer Aussage  $B$  und in Abhängigkeit von einer Aussagenmenge  $Y$  die Subjunktion aus  $B$  und  $A$  gewonnen hat, dann darf man in Abhängigkeit von  $X \cup Y$  die Bisubjunktion aus  $A$  und  $B$  folgern.
- BB Wenn man in Abhängigkeit von einer Aussagenmenge  $X$  die Bisubjunktion aus Aussagen  $A$  und  $B$  gewonnen hat, dann darf man in Abhängigkeit von  $X$  sowohl die Subjunktion aus  $A$  und  $B$  wie auch die Subjunktion aus  $B$  und  $A$  folgern.
- 
- UE Wenn man das Ergebnis der Substitution eines Parameters  $\beta$  für eine Variable  $\omega$  in einer Formel  $B$ , in der höchstens  $\omega$  frei ist, in Abhängigkeit von einer Aussagenmenge  $X$  gewonnen hat, wobei  $\beta$  weder Teilterm von  $B$  noch Teilterm einer Aussage  $\Gamma \in X$  ist, dann darf man in Abhängigkeit von  $X$  die Universalquantifikation von  $B$  bzgl  $\omega$  folgern.
- UB Wenn man in Abhängigkeit von einer Aussagenmenge  $X$  die Universalquantifikation einer Formel  $B$  bzgl.  $\omega$  gewonnen hat, dann darf man in Abhängigkeit von  $X$  das Ergebnis der Substitution eines geschlossenen Terms  $\theta$  für  $\omega$  in  $B$  folgern.

- PE Wenn man in Abhängigkeit von einer Aussagenmenge  $X$  das Ergebnis der Substitution eines geschlossenen Terms  $\theta$  für eine Variable  $\omega$  in einer Formel  $B$ , in der höchstens  $\omega$  frei ist, gewonnen hat, dann darf man in Abhängigkeit von  $X$  die Partikularquantifikation von  $B$  bzgl.  $\omega$  folgern.
- PB Wenn man in Abhängigkeit von einer Aussagenmenge  $X$  die Partikularquantifikation einer Formel  $B$  bzgl.  $\omega$  und in Abhängigkeit von einer Aussagenmenge  $Y$  die Aussage  $\Gamma$  gewonnen hat, wobei das Ergebnis der Substitution des Parameters  $\beta$  für  $\omega$  in  $B$  Element von  $Y$  und  $\beta$  nicht Teilterm eines  $A \in Y \cup \{B, \Gamma\}$ , außer von  $[\beta, \omega, B]$ , ist, dann darf man in Abhängigkeit von  $X \cup (Y \setminus \{[\beta, \omega, B]\})$  die Aussage  $\Gamma$  folgern.
- EE Wenn man in Abhängigkeit von einer Aussagenmenge  $X$  die Partikularquantifikation einer Formel  $B$  bzgl.  $\omega$  gewonnen hat und wenn man in Abhängigkeit von einer Aussagenmenge  $Y$  die Höchstens-ein-Quantifikation von  $B$  bzgl.  $\omega$  gewonnen hat, dann darf man in Abhängigkeit von  $X \cup Y$  die Einzigkeitsquantifikation von  $B$  bzgl.  $\omega$  folgern.
- EB Wenn man in Abhängigkeit von einer Aussagenmenge  $X$  die Einzigkeitsquantifikation einer Formel  $B$  bzgl.  $\omega$  gewonnen hat, dann darf man sowohl die Partikularquantifikation als auch die Höchstens-ein-Quantifikation von  $B$  bzgl.  $\omega$  in Abhängigkeit von  $X$  folgern.
- 
- IE Man darf in Abhängigkeit von der leeren Menge jede geschlossene Identitätsformel der Art  $\vartheta = \vartheta$  folgern.
- IB Wenn man in Abhängigkeit von einer Aussagenmenge  $X$  eine geschlossene Identitätsformel der Art  $\vartheta_1 = \vartheta_2$  gewonnen hat, wenn man in Abhängigkeit von einer Aussagenmenge  $Y$  das Ergebnis der Substitution von  $\vartheta_1$  für eine Variablen  $\omega$  in einer Formel  $B$ , in der höchstens  $\omega$  frei ist, gewonnen hat, also  $[\vartheta_1, \omega, B]$ , dann darf man in Abhängigkeit von  $X \cup Y$  das Ergebnis der Substitution von  $\vartheta_2$  für  $\omega$  in  $B$ , also  $[\vartheta_2, \omega, B]$ , folgern.

## 3. Ein Regelwerk für das Definieren: Definitorik

DP<sup>2</sup> Wenn:

- a) S ist eine Sprache erster Stufe,
- b)  $\xi_1, \dots, \xi_n$  sind paarweise verschiedene Variablen von S ( $n \geq 1$ ),
- c)  $\Phi$  ist ein neuer, d.h. in S noch nicht eingeführter, n-stelliger Prädikator von S ( $n \geq 1$ ),
- d)  $\Delta$  ist eine Formel von S, für die gilt:
  - da) in  $\Delta$  sind höchstens  $\xi_1, \dots, \xi_n$  frei,
  - db) alle atomaren Teilausdrücke von  $\Delta$  sind in S eingeführte Ausdrücke,
  - dc) in  $\Delta$  ist kein S-Parameter Termlin,
- e)  $\Gamma$  ist eine Aussage der Form:
 
$$\forall \xi_1 \dots \forall \xi_n (\Phi (\xi_1, \dots, \xi_n) \Leftrightarrow \Delta),$$

dann darf man  $\Gamma$  in S definitorisch setzen.BDP<sup>3</sup> Wenn:

- a) S ist eine Sprache erster Stufe,
- b)  $\xi_1, \dots, \xi_n$  sind paarweise verschiedene Variablen von S ( $n \geq 1$ ),
- c)  $\Phi$  ist ein neuer, d.h. in S noch nicht eingeführter, n-stelliger Prädikator von S ( $n \geq 1$ ),
- d)  $\Delta$  ist eine Formel von S, für die gilt:
  - da) in  $\Delta$  sind höchstens  $\xi_1, \dots, \xi_n$  frei,
  - db) alle atomaren Teilausdrücke von  $\Delta$  sind in S eingeführte Ausdrücke,
  - dc) in  $\Delta$  ist kein S-Parameter Termlin,
- e) B ist eine Formel von S, für die gilt:
  - ea) in B sind höchstens  $\xi_1, \dots, \xi_n$  frei,
  - eb) alle atomaren Teilausdrücke von B sind in S eingeführte Ausdrücke,
- f)  $\Gamma$  ist eine Aussage von S der Art:
 
$$\forall \xi_1 \dots \forall \xi_n (B \Rightarrow (\Phi (\xi_1, \dots, \xi_n) \Leftrightarrow \Delta)),$$

dann darf man  $\Gamma$  in S definitorisch setzen.<sup>2</sup> Regel für die Definition von Prädikatoren<sup>3</sup> Regel für die bedingte Definition von Prädikatoren

DFI<sup>4</sup> Wenn:

- a) S ist eine Sprache erster Stufe,
- b)  $\xi_1, \dots, \xi_n$  sind paarweise verschiedene Variablen von S ( $n \geq 1$ ),
- c)  $\phi$  ist ein neuer, d.h. in S noch nicht eingeführter, n-stelliger Funktor,
- d)  $\vartheta$  ist ein Term von S, so daß gilt:
  - da) in  $\vartheta$  sind höchstens  $\xi_1, \dots, \xi_n$  frei,
  - db) alle atomaren Teilausdrücke von  $\vartheta$  sind in S eingeführte Ausdrücke,
  - dc) in  $\vartheta$  ist kein Parameter Termlern,
- e)  $\Gamma$  ist eine Aussage der Form:
 
$$\forall \xi_1 \dots \forall \xi_n \phi(\xi_1, \dots, \xi_n) = \vartheta,$$
 dann darf man  $\Gamma$  in S definitorisch setzen.

DFB<sup>5</sup> Wenn:

- a) S ist eine Sprache erster Stufe,
- b)  $\xi_1, \dots, \xi_n, \omega$  sind paarweise verschiedene Variablen von S ( $n \geq 1$ ),
- c)  $\phi$  ist ein neuer, d.h. in S noch nicht eingeführter, n-stelliger Funktor ( $n \geq 1$ ),
- d)  $\Delta$  ist eine Formel von S, für die gilt:
  - da) in  $\Delta$  sind höchstens  $\xi_1, \dots, \xi_n, \omega$  frei,
  - db) alle atomaren Teilausdrücke von  $\Delta$  sind in S eingeführte Ausdrücke,
  - dc) kein Parameter von S ist Termlern von  $\Delta$ ,
- e) Die Aussage  $\forall \xi_1 \dots \forall \xi_n \mathbf{1} \omega \Delta$  ist in S beweisbar,
- f)  $\Gamma$  ist eine Aussage der Art:
 
$$\forall \xi_1 \dots \forall \xi_n \forall \omega (\phi(\xi_1, \dots, \xi_n) = \omega \Leftrightarrow \Delta),$$
 dann darf man  $\Gamma$  in S definitorisch setzen.

---

<sup>4</sup> Regel für die Definition von Funktoren durch (universalquantifizierte) Identitäten (Gleichungen)

<sup>5</sup> Regel für die Definition von Funktoren durch (universalquantifizierte) Bisubkunktionen

- DFB<sub>BE</sub><sup>6</sup> Wenn:
- a) S ist eine Sprache erster Stufe,
  - b)  $\xi_1, \dots, \xi_n, \omega$  sind paarweise verschiedene Variablen von S ( $n \geq 1$ ),
  - c)  $\phi$  ist ein neuer, d.h. in S noch nicht eingeführter, n-stelliger Funktor ( $n \geq 1$ ),
  - d)  $\Delta$  ist eine Formel von S, für die gilt:
    - da) in  $\Delta$  sind höchstens  $\xi_1, \dots, \xi_n, \omega$  frei,
    - db) alle atomaren Teilausdrücke von  $\Delta$  sind in S eingeführte Ausdrücke,
    - dc) kein Parameter von S ist Teilterm von  $\Delta$ ,
  - e) B ist eine Formel von S, für die gilt:
    - ea) höchstens  $\xi_1, \dots, \xi_n$  sind in B frei,
    - eb) in B sind nur in S schon eingeführte Ausdrücke Teilausdruck,
  - f) Aussagen der Form:
 
$$\forall \xi_1, \dots, \forall \xi_n (B \Rightarrow \mathbf{1} \omega \Delta)$$
 sind in S beweisbar,
  - g)  $\alpha^*$  ist eine in S eingeführte Individuenkonstante,
  - h)  $\Gamma$  ist eine Aussage der Form
 
$$\forall \xi_1 \dots \forall \xi_n \forall \omega (\phi(\xi_1, \dots, \xi_n) = \omega \Leftrightarrow (B \ \& \ \Delta) \vee (\sim B \ \& \ \omega = \alpha^*)),$$
 dann darf man  $\Gamma$  in S definitorisch setzen.

- BDF<sup>7</sup> Wenn:
- a) S ist eine Sprache erster Stufe,
  - b)  $\xi_1, \dots, \xi_n, \omega$  sind paarweise verschiedene Variablen von S ( $n \geq 1$ ),
  - c)  $\phi$  ist ein neuer, d.h. in S noch nicht eingeführter, n-stelliger Funktor ( $n \geq 1$ ),
  - d)  $\Delta$  ist eine Formel von S, für die gilt:
    - da) in  $\Delta$  sind höchstens  $\xi_1, \dots, \xi_n, \omega$  frei,
    - db) alle atomaren Teilausdrücke von  $\Delta$  sind in S eingeführte Ausdrücke,
    - dc) kein Parameter von S ist Teilterm von  $\Delta$ ,
  - e) B ist eine Formel von S, für die gilt:
    - ea) höchstens  $\xi_1, \dots, \xi_n$  sind in B frei,

<sup>6</sup> Regel für die Definition von Funktoren durch (universalquantifizierte) Bisubjunktionen bei bedingter Einzigkeit

<sup>7</sup> Regel für die bedingte Definition von Funktoren

- eb) in  $B$  sind nur in  $S$  schon eingeführte Ausdrücke Teilausdruck,
- f) Aussagen der Form:  
 $\forall \xi_1, \dots, \forall \xi_n (B \Rightarrow \mathbf{1}_\omega \Delta)$   
 sind in  $S$  beweisbar,
- g)  $\Gamma$  ist eine Aussage der Form:  
 $\forall \xi_1 \dots \forall \xi_n \forall \omega (B \Rightarrow (\phi(\xi_1, \dots, \xi_n) =_\omega \Delta)),$   
 dann darf man  $\Gamma$  in  $S$  definitorisch setzen.
- 

DII<sup>8</sup> Wenn:

- a)  $S$  ist eine Sprache erster Stufe,  
 b)  $\alpha$  ist eine neue, d.h. in  $S$  noch nicht eingeführte, Individuenkonstante,  
 c)  $\mathfrak{A}$  ist ein geschlossener Term von  $S$ , so daß gilt:  
 ca) alle atomaren Teilausdrücke von  $\mathfrak{A}$  sind in  $S$  eingeführte Ausdrücke,  
 cb) kein  $S$ -Parameter ist Teilterm von  $\mathfrak{A}$ ,  
 d)  $\Gamma$  ist eine Aussage der Art:  
 $\alpha = \mathfrak{A}$ ,  
 dann darf man  $\Gamma$  in  $S$  definitorisch setzen.

DIB<sup>9</sup> Wenn:

- a)  $S$  ist eine Sprache erster Stufe,  
 b)  $\alpha$  ist eine neue, d.h. in  $S$  noch nicht eingeführte, Individuenkonstante,  
 c)  $\omega$  ist eine Variablen von  $S$ ,  
 d)  $\Delta$  ist eine Formel von  $S$ , für die gilt:  
 da) in  $\Delta$  ist höchstens  $\omega$  frei,  
 db) alle atomaren Teilausdrücke von  $\Delta$  sind in  $S$  eingeführte Ausdrücke,  
 dc) kein Parameter von  $S$  ist Teilterm von  $\Delta$ ,  
 e) die Einzigkeitsquantifikation von  $\Delta$ ,  $\mathbf{1}_\omega \Delta$ , bezüglich  $\omega$  ist in  $S$  beweisbar,

<sup>8</sup> Regel für die Definition von Individuenkonstanten durch Identitäten (Gleichheiten).

<sup>9</sup> Regel für Definition von Individuenkonstanten durch (universalquantifizierte) Bisubjunktionen

f)  $\Gamma$  ist eine Aussage der Form:

$$\forall \omega (\alpha = \omega \Leftrightarrow \Delta),$$

dann darf man  $\Gamma$  in  $S$  definitorisch setzen.

DIB<sub>BE</sub><sup>10</sup> Wenn:

- a)  $S$  ist eine Sprache erster Stufe,
- b)  $\alpha$  ist eine neue, d.h. in  $S$  noch nicht eingeführte, Individuenkonstante,
- c)  $\omega$  eine Variablen von  $S$ ,
- d)  $\Delta$  ist eine Formel von  $S$ , für die gilt:
  - da) in  $\Delta$  ist höchstens  $\omega$  frei,
  - db) alle atomaren Teilausdrücke von  $\Delta$  sind in  $S$  eingeführte Ausdrücke,
  - dc) kein Parameter von  $S$  ist Teilterm von  $\Delta$ ,
- e) Aussagen der Form:
 
$$\forall \xi_1 \dots \forall \xi_n (B \Rightarrow \mathbf{1} \omega \Delta)$$
 sind in  $S$  beweisbar,
- f)  $\alpha^*$  ist eine in  $S$  eingeführte Individuenkonstante,
- g)  $\Gamma$  ist eine Aussage der Form
 
$$\forall \xi_1 \dots \forall \xi_n \forall \omega (\alpha = \omega \Leftrightarrow (B \ \& \ \Delta) \vee (\sim B \ \& \ \omega = \alpha^*)),$$
 dann darf man  $\Gamma$  in  $S$  definitorisch setzen.

BDI<sup>11</sup> Wenn:

- a)  $S$  ist eine Sprache erster Stufe,
- b)  $\alpha$  ist eine neue, d.h. in  $S$  noch nicht eingeführte, Individuenkonstante,
- c)  $\omega$  eine Variablen von  $S$ ,
- d)  $\Delta$  ist eine Formel von  $S$ , für die gilt:
  - da) höchstens  $\omega$  ist frei in  $\Delta$ ,
  - db) alle atomaren Teilausdrücke von  $\Delta$  sind in  $S$  eingeführte Ausdrücke,
  - dc) kein Parameter von  $S$  ist Teilterm von  $\Delta$ ,
- e) Aussagen der Form:

<sup>10</sup> Regel für Definition von Individuenkonstanten durch (universalquantifizierte) Bisubjunktionen bei bedingter Einzigkeitsbedingung

<sup>11</sup> Regel für die bedingte Definition von Individuenkonstanten

$$\forall \xi_1 \dots \forall \xi_n (B \Rightarrow \mathbf{1} \omega \Delta)$$

sind in S beweisbar,

f)  $\Gamma$  ist eine Aussage der Form:

$$\forall \xi_1 \dots \forall \xi_n \forall \omega (B \Rightarrow (\alpha = \omega \Leftrightarrow \Delta)),$$

dann darf man  $\Gamma$  in S definitorisch setzen.

